

Pädagogische Herausforderungen durch fachlich aufbauendes Lernen meistern – mit dem ZAHLENBUCH¹

Erich Ch. Wittmann, Technische Universität Dortmund, Projekt Mathe 2000+

Kindorientierung, lebensnaher Unterricht, altersgemischtes Lernen, Inklusion, Differenzierung, Individualisierung, Kompetenzorientierung: Forderungen wie diese beherrschen heute das politische Handeln und setzen die Praxis unter Druck. Die politischen Entscheidungsträger und ihre Beraterinnen und Berater argumentieren nahezu ausschließlich pädagogisch und favorisieren pädagogische Lösungen. Die Belange der Fächer bleiben dabei leider weitgehend außer Acht. Dabei wird übersehen, dass sich gerade aus einer bewusst *fachlichen* Orientierung *pädagogisch* überzeugende Konzepte von Lernen ergeben.

Im Folgenden wird gezeigt, dass das dem ZAHLENBUCH zugrunde liegende *mathematisch fundierte Konzept* nicht nur für alle Kinder förderlich ist, *besonders auch* für die schwächeren Kinder, sondern dass es auch mit einer Entlastung der Lehrerinnen und Lehrer einhergeht, falls es entsprechend umgesetzt wird.

Der Autor ist sich bewusst, dass die o.g. politischen Forderungen vielschichtig und z.T. widersprüchlich sind. Einen Königsweg, mit dem alle Probleme gleichzeitig gelöst werden, gibt es daher nicht. Man muss Prioritäten setzen und Kompromisse schließen. Die letzte Entscheidung muss von den Schulen und den Lehrerinnen und Lehrern in eigener Verantwortung getroffen werden. In diesem Sinn verstehen sich die hier vorgetragenen Überlegungen lediglich als Grundlage für die Entscheidungsfindung.

1. Die fünf Prinzipien des ZAHLENBUCH-Konzepts

Ziel des ZAHLENBUCHs ist es, verständnisvolles Mathematiklernen über die Grundschule hinaus zu ermöglichen und in der Arbeit mit den Kindern sowohl die Schönheit als auch den Nutzen des alten Kulturfaches Mathematik zur Geltung zu bringen.

Dem Werk liegen fünf Prinzipien zugrunde:

(1) Konzentration auf fachliche Grundideen

Der Unterricht wird auf Grundideen der Mathematik konzentriert, die möglichst früh eingeführt und stufenübergreifend entwickelt werden. Auf diese Weise wird gewährleistet, dass die Strukturen der Mathematik von Anfang an als Lernhilfen zum Tragen kommen. Die durchgehenden Grundideen sorgen dafür, dass solide Voraussetzungen für den jeweils

¹Eröffnungsvortrag zum 25. Symposium Mathe 2000 am 25. April 2015. Der Autor dankt Frau Brigitte Hering/Hamburg für wertvolle Hinweise zur Überarbeitung.

nächsten Lernschritt geschaffen und frühere Kenntnisse fortlaufend aufgefrischt werden. Mit der Konzentration auf Grundideen verbunden ist die sparsame Nutzung von Arbeitsmitteln, Sprechweisen und zeichnerischen Darstellungen.

(2) Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen

Der aktive Zugang zum Lernen und der soziale Austausch während der Bearbeitung von Aufgaben gehören zum Wesen der Mathematik. Beides ergibt sich nicht von selbst, sondern muss bewusst angeregt und aufrechterhalten werden. Dies erfordert einen fortgesetzten Kontakt der Kinder mit einer Lehrperson, besonders für klärende Gespräche bei Verständnisproblemen.

(3) Grundlegendes, automatisierendes und produktives Üben

Für den Lernerfolg spielt das Üben in seinen unterschiedlichen Formen die Schlüsselrolle. Diese Formen stützen sich gegenseitig: *Grundlegendes Üben* sorgt für die unentbehrliche Verständnisgrundlage. Das *automatisierende Üben* wird durch Verständnis erheblich erleichtert. Es bildet seinerseits die Grundlage für das *produktive Üben*, bei dem inhaltsbezogene und allgemeine mathematische Kompetenzen gemeinsam geübt werden. Umgekehrt erhält die Automatisierung durch produktive Übungen ihren Sinn.

(4) Fördern von Kindern mit unterschiedlichen Voraussetzungen im gemeinsamen Unterricht

Das ZAHLENBUCH trägt der Heterogenität der Lernvoraussetzungen systematisch Rechnung und fängt sie durch ein überlegtes, durchgängiges Differenzierungskonzept auf. Die *im Fach liegenden Möglichkeiten* zur natürlichen Differenzierung werden dabei voll genutzt.

(5) Systemische Qualitätssicherung

Das Konzept des ZAHLENBUCHs fußt auf der Überzeugung, dass der nachhaltigste und gleichzeitig einfachste Weg zur Qualitätssicherung in der organischen Integration von Förder- und Diagnosemaßnahmen in den Unterricht selbst besteht. Dadurch kann direkt und gezielt eingegriffen werden. Zentrale Tests mit zusammengewürfelten Aufgaben sind problematisch, da diese vom Lernprozess und dem nachfolgenden Unterrichtsgeschehen viel zu weit entfernt sind und dem Grundsatz des Vertrauensschutzes widersprechen.

Diese fünf Prinzipien verkörpern nicht nur einen bestimmten Anspruch dahingehend, dass die Kinder im Mathematikunterricht etwas lernen sollen, sondern sind alle fünf auch auf die Entlastung der Lehrerinnen und Lehrer ausgerichtet, wie kurz erläutert werden soll²:

Zu (1): Konzentration auf fachliche Grundideen

Dieses Prinzip schließt ein

- wiederkehrende Themen (z.B. Rechenstrategien, gerade/ungerade Zahlen, Spiegeln, Lösungsstrategien bei Sachaufgaben)
- wiederkehrende Lehr-/Lernformate und Arbeitsanleitungen (z.B. Rechenwege/ einfache Aufgaben/von einfachen zu schwierigen Aufgaben, Aus ... mache, Was fällt dir auf?)

² Die Autoren des ZAHLENBUCHs stellen sich bei ihrer Entwicklungsarbeit vor, dass sie mit dem Werk selbst unterrichten müssten, und achten daher bewusst auf Arbeitsökonomie.

- wiederkehrende Übungsformate (Zahlenmauern, Rechendreiecke, Zauberquadrate, Rechenkettens, Zahlenraupen, Schöne Päckchen, Schöne Päckchen?)
- wiederkehrende Grundprozesse des mathematischen Arbeitens nach Heinrich Winter (Mathematisieren, Explorieren, Argumentieren, Formulieren)

Je mehr Dinge sich wiederholen, desto mehr bilden sich Gewohnheiten aus. Das schafft *Entlastung*, weil der Erklärungsbedarf reduziert und die Selbststeuerung der Kinder angeregt wird.

Beispiel: Blitzrechnenkurs zur Sicherung der arithmetischen Basiskompetenzen

Die tabellarische Übersicht in Abb. 1 lässt erkennen, dass die 40 Blitzrechenübungen nicht voneinander unabhängig sind. Wie an den Farben abzulesen ist, gibt es sieben durchgehende thematische Stränge. Die beiden ersten Übungen im Zwanzigerraum entsprechen den Zielen der Frühförderung. Die systematische Übung der Basiskompetenzen schafft insofern *Entlastung*, als verlässlich auf früheres Wissen aufgebaut werden kann.

Rechnen bis 20	Rechnen bis 100	Rechnen bis 1000	Rechnen bis 1 M
Wie viele?	Wie viele? Welche Zahl?	Einmaleins - auch umgekehrt	Zahlen zeigen und nennen
Zahlenreihe	Zählen in Schritten	Verdoppeln/ Halbieren im Hunderter	Ergänzen bis zur Million
Kraft der Fünf	Ergänzen zum Zehner	Wie viele?	Stufenzahlen teilen
Zerlegen	Ergänzen bis 100	Zählen in Schritten	Subtraktion von Stufenzahlen
Ergänzen bis 10/20	100 teilen	Ergänzen bis 1000	Zahlen lesen und schreiben
Verdoppeln	Verdoppeln/ Halbieren	1000 teilen	Zählen in Schritten
Einspluseins	Einfache Plusaufgaben	Verdoppeln/ Halbieren im Tausender	Verdoppeln/ Halbieren im Millionraum
Einsminuseins	Einfache Minusaufgaben	Einfache Plus- und Minusaufgaben	Einfache Plus- und Minusaufgaben
Halbieren	Zerlegen	Mal 10/durch 10	Stelleneinmaleins
Zählen in Schritten	Einmaleins am Feld / am Plan	Zehnereinmaleins und Umkehrung	Einfache Mal und Divisionsaufgaben
/Mini-Einmaleins			

Abb. 1: Übersicht über den Blitzrechnenkurs

Zu (2): Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen

Je mehr es der Lehrperson gelingt, die Kinder zu eigenen Aktivitäten anzuregen und soziales Lernen zu organisieren, desto mehr wird sie *entlastet*. Wichtig ist es, bei der Einführung neuer Themen Verständnis aufzubauen. Das kann nur im direkten Kontakt mit den Kindern gelingen. Erst wenn die Kinder verstanden haben, worum es geht, können sie selbständig weiterarbeiten.

Beispiel: Einführung des Einmaleins am Hunderterfeld mit dem Malwinkel

Zu (3): Grundlegendes, automatisierendes und produktives Üben

Dauerhafte Lernerfolge hängen entscheidend vom Üben ab. Dem Blitzrechnen kommt auch hier entscheidende Bedeutung zu. Je besser die Kinder diese Übungen beherrschen, desto besser kommen sie im Unterricht mit und desto stärker ist die *Entlastung* für die Lehrerinnen und Lehrer. Ein Großteil der Anspannung, der bei Lernschwierigkeiten bei allen Beteiligten entsteht, ist auf mangelnde Beherrschung der vorausgehenden Grundlagen zurückzuführen.

Beispiel: Die schriftliche Addition (Multiplikation) z.B. fällt umso leichter, je besser das Einspluseins (Einmaleins) beherrscht wird.

Zu (4): Fördern von Kindern mit unterschiedlichen Voraussetzungen im gemeinsamen Unterricht

Das Differenzierungskonzept, das dem ZAHLENBUCH zugrunde liegt, ist einfach:

Im unteren Anforderungsbereich, der durch das Blitzrechnen definiert ist, wird in den Zielsetzungen überhaupt nicht differenziert. Alle Kinder müssen das gut lernen. Dafür muss entsprechend Unterrichtszeit vorgesehen werden. Im Rahmen des Ganztages sollten zusätzliche Fördermaßnahmen eingeplant werden.

Im mittleren und oberen Anforderungsbereich bewirkt das Prinzip von der natürlichen Differenzierung eine *Entlastung*: Die Einstiegsschwelle für die grün unterlegten Aufgaben ist gering. Wie weit Kinder und Lehrpersonen gehen, richtet sich nach den individuellen Umständen und den Umständen in der Klasse.

Beispiel: Übung der schriftlichen Addition,

*Aus den Ziffernkärtchen 2, 3, 4, 5, 6 und 7 werden zwei dreistellige Zahlen gebildet und addiert. Es zeigt sich, dass als Quersummen der Ergebnisse nur 27, 18 und 9 in Frage kommen (Neunerprobe nach Adam Ries). Das Einstiegsniveau dieser Übung ist so niedrig, dass **alle** Kinder der Lerngruppe beginnen können. Ob und inwieweit das einzelne Kind das Muster erkennt und beim weiteren Üben nutzt, bleibt ihm überlassen. In jedem Fall wird die schriftliche Addition geübt. Aufgrund der gemeinsam gesammelten und mit Hilfe der Lehrperson bereinigten Daten kann das Muster dann unter Anleitung eventuell noch beschrieben und an der Stellentafel begründet werden. Leistungsstarke Kinder können im Anschluss daran selbst mögliche Ergebnisse wählen und dazu eine Aufgabe finden.*

Wie ersichtlich bietet diese Aufgabe Optionen, die je nach den Umständen individuell oder in der ganzen Klasse wahrgenommen werden. Es gibt kein festes Ziel, das unter allen Umständen erreicht werden muss. Von einer Überforderung der Kinder und der Lehrpersonen kann nicht die Rede sein.

Zu (5): Systemische Qualitätssicherung

Die mündliche und schriftliche Bearbeitung jeder Aufgabe gibt Informationen über den Lernstand der Kinder und Hinweise auf Fördermaßnahmen. Besondere Diagnosebögen sind daher nicht erforderlich. Der amerikanische Mathematikdidaktiker Howard Fehr hat diese systemische Qualitätssicherung mustergültig beschrieben (Fehr 1988, 439):

Während des Unterrichts müssen die Überlegungen der Kinder ständig beobachtet und bewertet werden. Schriftliche Tests reichen hierfür nicht aus. Häufige mündliche Erklärungen bilden eine bessere Grundlage um das Verständnis zu überprüfen. Aber im Hinblick auf den Lernprozess ist es noch wichtiger, dass die Kinder aus eigenem Antrieb und unter Führung der Lehrkraft ihren Lernfortschritt ständig selbst einschätzen, ihre eigenen Stärken und Schwächen erkennen und durch aus dem Unterricht erwachsene Tests erkennen, wo sie stehen und selbst die Hilfe anfordern, die sie benötigen. Wir müssen die

Kinder mehr und mehr dazu bringen, selbst Verantwortung für ihre Lernfortschritte zu übernehmen. Das ist ein seit langem vernachlässigtes Ziel des Schulunterrichts.

Die systemische Qualitätssicherung hat auch den Vorteil, dass sie mit wenig Aufwand verbunden ist und daher die Lehrerinnen und Lehrer *entlastet*.

Die genannten fünf Prinzipien werden durch die durchgehende *fachliche Fundierung* des gesamten Konzepts verbunden und stützen sich gegenseitig. Die Bedeutung des wohlverstandenen Faches für das Lernen hat John Dewey in seinem Artikel „Das Kind und die Fachinhalte“ überzeugend dargelegt (Dewey 1903/2012):

Entwicklung heißt nicht, dass dem kindlichen Geist irgendetwas entspringt. Nötig ist eine Entwicklung von Erfahrung zu Erfahrung. Das ist aber nur möglich, wenn eine anregende Umgebung geboten wird, die es erlaubt, Kräfte und Interessen zu wecken, die als wertvoll erkannt wurden. Die Kinder müssen zwar aktiv sein, aber ihre Aktivitäten werden fast ganz von Anregungen und der fachlichen Rahmung abhängen ... (S. 17)

Reine Selbsttätigkeit, in der das Kind völlig auf sich bezogen wäre, ist nicht möglich, weil alles Tun in einem Medium, in einer Situation, unter äußeren Bedingungen vor sich geht. ... Der Wert der Fachinhalte, die den Lehrgang bilden, besteht aber gerade darin, dass sie den Lehrer befähigen können, die Lernumgebung des Kindes zu bestimmen und so das Kind auf indirekte Weise zu führen. Die Fachinhalte haben primäre Bedeutung für den Lehrer, nicht für das Kind. Sie sagen dem Lehrer: dem Kind steht diese und jene Möglichkeiten offen, die einen Zuwachs an Erkenntnis, ästhetischem Bewusstsein und Handlungsoptionen bedeuten. Sorge Tag für Tag dafür, dass sich die Aktivitäten des Kindes unvermeidlich in diese Richtung bewegen.

Es geht natürlich um das KIND. Es sind seine momentanen Kräfte, die sich behaupten sollen, es sind seine momentanen Fähigkeiten, die geübt werden sollen, es sind seine momentanen Einstellungen, die gefördert werden sollen. Aber wenn der Lehrer die Erkenntnisse der Menschheit, die in den Fachinhalten verkörpert sind, nicht wohlweislich und gründlich kennt, kann er die momentanen Kräfte, Fähigkeiten und Einstellungen des Kindes nicht einschätzen. Noch weniger weiß er, wie sie zu stärken, zu üben und zu fördern sind (S. 21).

Zusammenfassung dieses Abschnitts:

Das ZAHLENBUCH bietet von der Frühförderung an ein schlüssiges fachlich aufbauendes Curriculum, mit dem das gesamte Leistungsspektrum aufgefangen werden kann und das auf *Entlastung der Lehrerinnen und Lehrer* angelegt ist.

2. Rahmenbedingungen für fachlich aufbauendes Lernen

Jedes Konzept, das mit einem fachlichen Anspruch verbunden ist, muss folgende harte Fakten berücksichtigen, die man nicht außer Kraft setzen kann:

Fakt 1: Unterschiedliches Entwicklungstempo und Leistungsvermögen der Kinder

Kinder entwickeln sich unterschiedlich schnell. Lernbehinderte Kinder benötigen, wie die Erfahrungen mit dem ZAHLENBUCH in Förderschulen zeigen, die doppelte Lernzeit. Behinderungen verschwinden nicht mit der Aufnahme in die Grundschule oder eine weiterführende Schule.

Fakt 2: Hierarchischer Aufbau des Stoffes

Das Einspluseins kann man nicht lernen, wenn man keine strukturierte Zahlerfassung hat und die Anfänge der Zahlenreihe nicht kennt, das Einmaleins kann man nicht lernen, wenn man nicht das Einspluseins einigermaßen beherrscht, die schriftlichen Verfahren setzen das Einspluseins und das Einmaleins voraus, die Arithmetik der natürlichen Zahlen ist Voraussetzung für das Verständnis der ganzen Zahlen, der Bruchzahlen und reellen Zahlen, usw.

Fakt 3: Notwendige Präsenz der Lehrperson

Lernen setzt den fortlaufenden Kontakt mit einer Lehrperson voraus. Insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen können nur im sozialen Kontakt mit einer Lehrperson entwickelt werden. Das gilt ganz genauso auch für die Sprachförderung, der heute – auch im Fachunterricht – besondere Bedeutung zukommt.

Zwingende Folgerung aus diesen Fakten:

In altersgemischten und Inklusionsklassen müssen dem unterschiedlichen Entwicklungsstand der Kinder entsprechend Lerngruppen gebildet werden, die an verschiedenen Stellen des Curriculums arbeiten. Das Zahlenbuch erlaubt es, innerhalb einer Lerngruppe ein hohes, aber keineswegs beliebiges Maß von Heterogenität aufzufangen. Minimalvoraussetzungen, die durch den Blitzrechnkurs definiert werden, müssen bei allen Kindern einer solchen „integrativ-heterogenen“ Lerngruppe gegeben sein.

Je mehr Lerngruppen gebildet werden müssen, desto größer sind die Anforderungen an die Lehrpersonen. Bei mehr als zwei Lerngruppen ist eine Doppelbesetzung erforderlich.³

In Fächern, in denen der hierarchische Aufbau des Stoffes nicht so ausgeprägt ist wie in der Mathematik, sind natürlich heterogenere Lerngruppen möglich, was für die Inklusion genutzt werden kann.

Die Politik setzt heute Rahmenbedingungen, mit denen hauptsächlich pädagogische und soziale Ziele erreicht werden sollen. Dem fachlichen Lernen wird nur untergeordnete Bedeutung beigemessen. Die Konzepte und Materialien, die zur Lösung der Problematik von der Grundschul- und Inklusionspädagogik, von einigen Landesinstituten und von Verlagen angeboten werden, spiegeln dies wieder. Es handelt sich um

- Differenzierende Arbeitsblätter
- Individualisierte Materialien („Einzelhefte“)
- Inklusionsmaterialien als Zusatz
- Differenzierungsmatrizen.

³ Es ist nicht Aufgabe der Fachdidaktik, über die schulische Organisation verschiedener Lerngruppen zu entscheiden. Die Auflösung von Förderschulen mit dem Argument zu begründen, es würden „Menschenrechte“ verletzt, wenn Kinder mit speziellen Bedürfnissen von speziell ausgebildeten Lehrpersonen an speziell eingerichteten Schulen unterrichtet würden, erscheint dem Autor, der größten Respekt vor der an den Förderschulen geleisteten Arbeit hat, abwegig.

Diese Materialien sind sicher geeignet, um die Kinder einer heterogenen Klasse in der Stillarbeit zu beschäftigen. Jedes Kind arbeitet dabei „individuell“ sein Pensum ab. Die Kinder lernen damit aber nicht die Mathematik, die zu weiterführendem Lernen befähigt: Aus pädagogischem Stroh kann man kein fachliches Gold spinnen.

Pädagogische Konzepte haben heute nur deshalb Konjunktur, weil die Grundschule immer stärker pädagogisch ausgerichtet wird und fachliche Belange immer mehr in den Hintergrund gedrängt werden. Es scheint niemanden in der Bildungspolitik zu stören, dass alle bildungspolitischen Maßnahmen, die in letzter Zeit ergriffen wurden, zu einer gravierenden Absenkung des inhaltlichen Niveaus geführt haben. In den weiterführenden Schulen ist diese Entwicklung bereits alarmierend. Diese Politik ist alles andere als kinder- und schülerfreundlich, wie gebetsmühlenartig behauptet wird. Das genaue Gegenteil ist der Fall: Sie schadet der nachwachsenden Generation und ist daher nicht zu verantworten.

Der amerikanische Wirtschaftswissenschaftler Peter Drucker hat für das Bildungssystem der USA Folgendes festgestellt (Drucker 1993):

Dass sozialen Zielen der Vorrang vor fachlichen Lernzielen eingeräumt wurde, war ein Hauptgrund für den Niedergang der amerikanischen Grundbildung und damit für die Krise der Allgemeinbildung in den Vereinigten Staaten. Kinder der Ober- und Mittelklasse erwerben diese Allgemeinbildung noch. Diejenigen, die sie am nötigsten hätten, erwerben sie nicht: Kinder aus armen Familien und Ausländerkinder.

Diese Diagnose trifft inzwischen auch für Deutschland voll zu, insbesondere für die Bundesländer, in denen eine entsprechende Bildungspolitik betrieben wird.

Mit dem ZAHLENBUCH versuchen wir, der Unterordnung fachlicher Lernziele unter soziale Ziele konstruktiv entgegenzuwirken. Wir argumentieren dabei in zwei Richtungen: Einerseits setzen wir uns mit der Kritik, die am ZAHLENBUCH vor diesem Hintergrund geübt wird, Punkt für Punkt auseinander. Andererseits zeigen wir auf, dass die Lösungen des ZAHLENBUCHs für den heutigen Unterrichtsalltag auch pädagogisch günstig auswirken.

In folgendem Abschnitt werden zunächst die Kritikpunkte unter die Lupe genommen. Im übernächsten Abschnitt wird auf die Lösungen eingegangen.

3. Kritik am ZAHLENBUCH

In einer Umfrage des Klett-Verlags zum Zahlenbuch haben sich einige Hauptkritikpunkte herauskristallisiert, auf die in diesem Abschnitt der Reihe nach eingegangen wird.

1. Kritikpunkt: „Das ZAHLENBUCH ist lehrerzentriert“

Dieser Punkt hat uns zunächst überrascht, weil wir es ja waren, die den klein- und gleichschrittigen belehrenden Unterricht durch aktiv-entdeckendes und soziales Lernen abgelöst und den Kindern mit dem ZAHLENBUCH Spielräume zum Lernen und Üben eröffnet haben. Da wir diese Lehr-/Lernform *aus dem Wesen des Faches* ableiten, muss für ihre sinngemäße Umsetzung, ein *fachlicher Rahmen* geschaffen werden, wie ihn Dewey auch aus pädagogischen Gründen gefordert hat. Bei der heute neu um sich greifenden „Kindorientierung“ werden fachliche Vorgaben aber leider sehr schnell als unangemessener Eingriff in die individuelle Entwicklung von Kindern interpretiert. „Selbstlernkonzepte“ haben Konjunktur. In einer Rückmeldung an den Verlag heißt es bezeichnender Weise:

Ich wünsche mir Einzelthemen als Verbrauchsmaterialien, die den Kindern einen selbstständigen Zugang zu den Lerninhalten und Aufgabenstellungen ermöglichen.

Wenn dieser Wunsch so verstanden wird, dass sich die Kinder den Stoff im Wesentlichen alleine aneignen sollen, wird hier Unmögliches gefordert. Diese Forderung kommt allerdings nicht von ungefähr, da in Teilen der internationalen und nationalen Fachdidaktik das „selbstständige Lernen“ der Kinder auf eigenen Wegen („child-centered learning“) propagiert wird. Wir sehen dies anders und folgen auch hier John Dewey, der sich mit dem Problem der Vermittlung zwischen individuellem Lernen und fachlicher Rahmung ausführlich auseinandergesetzt hat (Dewey 1926/1988, 58 – 59)⁴:

Es gibt gegenwärtig eine Tendenz in den sogenannten „fortschrittlichen“ Schulen ..., deren Befürworter für den Unterricht mehr oder weniger Folgendes fordern: Gebt den Kindern gewisse Materialien, Werkzeuge, Hilfsmittel und lasst sie damit nach ihren ganz individuellen Wünschen umgehen und sich frei entwickeln. Setzt den Kindern keine Ziele, gebt ihnen keine Verfahren vor. Sagt ihnen nicht, was sie tun sollen. All dies wäre ein ungerechtfertigter Eingriff in ihre heilige Individualität, denn das Wesen der Individualität ist es gerade, sich selbst die Zwecke und die Ziele zu setzen. Nun, ein solcher Standpunkt ist töricht. Denn wenn man ihn einnimmt, versucht man etwas Unmögliches, was immer töricht ist, und man missversteht die Bedingungen für selbstständiges Denken. Es gibt viele Möglichkeiten, offene Angebote wahrzunehmen und irgendetwas damit zu machen, und es ist so gut wie sicher, dass diese eigenen Versuche ohne Anleitung erfahrener Erzieher und Lehrer zufällig, sporadisch und ineffektiv sein werden.

Niemand würde bezweifeln, dass die persönliche Entwicklung in irgendeinem Lebensbereich durch die Nutzung der von anderen gesammelten Erfahrungen gefördert wird. Niemand würde z. B. ernsthaft vorschlagen, die Ausbildung von Schreinerlehrlingen solle bei Null beginnen, d.h. ohne dass dem Lehrling Wissen über Mechanik, den Gebrauch von Werkzeugen, die Kenntnis von Materialien usw. vermittelt wird. Niemand käme auch auf die Idee, dass ein Schreinermeister, wenn er seinem Lehrling dieses Wissen vermittelt, den persönlichen Stil des Lehrlings einengen und seine individuelle Entwicklung behindern würde. Ein Erzieher und ein Lehrer haben dasselbe Recht und die dieselbe Pflicht, die Kinder anzuleiten, wie ein Handwerksmeister seine Lehrlinge.

Wie hier deutlich zum Ausdruck kommt, engt ein fachlicher Rahmen die Kinder keineswegs ein und behindert sie nicht, sondern schafft *ganz im Gegenteil* erst die Voraussetzungen dafür, dass die Kinder *effektiv* arbeiten können. Aus gutem Grund werden im ZAHLENBUCH z.B. die sinnvollen Rechenwege explizit thematisiert und auf diese Weise mathematisch sinnvolle Spielräume eröffnet. Mit der gleichen Intention werden auch sinnvolle Schreib- und Sprechweisen eingeführt, damit sich die Kinder austauschen können. Auch die Idee eines Beweises kann von den Kindern nicht von selbst entdeckt werden. Wohl aber können die Kinder angeleitet werden, Muster zu entdecken, zu beschreiben und zu begründen. Ziel der Schule ist die Vermittlung *sozial geteilten*, nicht individuell begrenzten Wissens. Dabei hat die Lehrperson eine aktive Rolle zu spielen. Es ist verfehlt, dies als „lehrerzentriert“ zu disqualifizieren.

⁴ s. hierzu auch Kirschner, Sweller & Clark 2006

2. Kritikpunkt: „Es fehlen Materialien zur Inklusion“

Hierzu verweisen wir auf die Tatsache, dass das ZAHLENBUCH ein schlüssiges Curriculum vom Kindergarten bis zum Ende der Grundschule bietet und sehr wohl auch auf lernbehinderte Kinder zugeschnitten ist. Für diese Kinder steht am Schulanfang das ZAHLENBUCH 0 zur Verfügung (vgl. dazu Abschnitt 5). Jedes Kind kann mit dem ZAHLENBUCH-Curriculum genau an der Stelle abgeholt werden, an der es sich befindet. Dass es diese fachlich fundierte Praxislösung schwer hat, wahrgenommen zu werden, wird verständlich, wenn man sich die Stimmung vor Augen führt, die heute von der Politik, Pädagogik und Politikberatung zum Thema Inklusion erzeugt wird. Der Wiener Philosoph Konrad Paul Liessmann führt dazu Folgendes aus (Liessmann 2014, 35):

In seinem Willen zum Guten kennt der Bildungsexperte kein Pardon. Wenn etwas als gut erkannt wurde, muss es flächendeckend und ohne Abstriche verwirklicht werden. Für unterschiedliche Ansätze und Strategien ist kein Platz mehr. Schon die Frage, ob die Inklusion tatsächlich für alle Formen von Behinderung, für jedes Kind und für alle Situationen die beste sei, interpretiert er als Verrat an der guten Sache. Dass es unter bestimmten Bedingungen sinnvoller, zielführender und humaner sein kann, behinderte Kinder und Jugendliche von speziell ausgebildeten Kräften gesondert zu betreuen und zu fördern, ist für ihn undenkbar geworden. Ideologisch hat er entschieden, und die Schule, die Lehrer, die Eltern und die Mitschüler müssen sehen, wie sie damit zurechtkommen. Auf dem Weg zur „inklusiven Gesellschaft“ wird die simple Einsicht vergessen, dass Gesellschaft, das „komplexeste aller sozialen Gebilde“, von Binnendifferenzierungen lebt, die nicht auf den „einfachen Gegensatz von Exklusion und Inklusion“ reduziert werden können. Nicht jede Unterscheidung ist eine Diskriminierung. Doch der Bildungsexperte will von außen alle Unterschiede einebnen: alles an einer Schule. Nach innen allerdings muss umso mehr individualisiert und differenziert werden. Dass dann manche Unterschiede von den Betroffenen und Beteiligten schmerzhafter erfahren werden und sich vertiefen, ficht den Bildungsexperten nicht mehr an. Sein Expertentum ist das der pauschalen Verurteilung und der ebenso pauschalen Generallösung.

Die Inklusion ist zumindest im Fach Mathematik nicht ohne Bildung von Lerngruppen zu realisieren. Dafür bietet das ZAHLENBUCH ein durchdachtes Konzept.

Die entscheidende Frage für die Praxis ist, ob die heutigen personellen und finanziellen Rahmenbedingungen ausreichen, um alle Kinder und Lerngruppen in Inklusionsklassen angemessen fachlich fördern zu können. Mit Billiglösungen ist den Kindern nicht gedient.

3. Kritikpunkt: „Das Anspruchsniveau des ZAHLENBUCHs ist insgesamt zu hoch. Für die schwächeren Kinder ist das Werk weniger geeignet.“

Dieser Kritik halten wir entgegen, dass gerade die schwächeren Kinder vom Konzept des ZAHLENBUCHs profitieren. Der Schweizer Mathematikdidaktiker Kurt Hess hat in einer umfangreichen Studie den Mathematikunterricht in Klassen, die mit dem ZAHLENBUCH gearbeitet haben, mit dem Unterricht in Klassen, in denen andere Werke benutzt wurden, verglichen. Sein signifikantester empirischer Befund lautete (Hess 2003, 230):

Vor allem die schwachen Rechner profitieren vom verstehensorientierten Unterricht, den das ZAHLENBUCH vorschlägt.

Was das Anspruchsniveau betrifft, ist festzuhalten, dass das Angebot des ZAHLENBUCHS nach oben offen ist. Die grün unterlegten produktiven Übungen ermöglichen den leistungsstarken Kindern zwar, an ihre Grenzen zu gehen, aber die Einstiegsschwelle auch dieser Übungen ist niedrig. Jedes Kind einer Lerngruppe kann beginnen, seine Kenntnisse auf seinem Niveau erweitern und soweit gehen, wie es seinem Leistungsvermögen entspricht. Kein Kind wird dabei überfordert. Auch die Lehrerinnen und Lehrer erhalten in diesem Bereich Spielräume. Es wird nicht erwartet, dass sie das Angebot des ZAHLENBUCHS voll ausschöpfen. Diese natürliche Differenzierung ist eine der großen pädagogischen Vorteile des ZAHLENBUCHS.

Es ist bedauerlich, dass der Blick auf diese Besonderheit heute durch die Inklusion verengt ist und die Notwendigkeit, auch leistungsstärkere Kinder zu fördern, kaum noch gesehen wird. Das ist ein weiteres alarmierendes Zeichen.

Bereits Johannes Kühnel hat in seinem „Neubau des Rechenunterrichts“ von 1916 beklagt, dass die „mittleren und guten Begabungen“ in der Schule vernachlässigt werden. Er äußert sich in dem Abschnitt „Gleichmäßige Förderung“ wie folgt (Kühnel 1950, 252- 253):

Unsere gesamte Schularbeit ist heute noch eingestellt in stärkstem Maße auf die Förderung der Schwachen. In dieser Form wird die Behauptung zunächst freilich Widerspruch erregen. Man wird sagen: Nein, unsere Schule ist eingestellt auf die große Menge der mittleren Begabungen. Das ist aber nur eine theoretische Annahme, die Praxis zeigt andere Tatsachen. Aus der Praxis heraus fragen wir jeden Lehrer, wie viel Zeit von den in Betracht kommenden Stunden er der Förderung aller Schüler, wie viel er außerdem noch der Förderung der Schwachen, und wie viel Zeit er der Förderung der Begabten widmet. Erst wer das eine Zeitlang notiert, wird bemerken, daß der Zeiteil, der den schwachen Begabungen besonders gilt, den Bruchteil der schwachen Begabungen weitaus übersteigt; daß dagegen die hervorragenden Begabungen, an diesem Maß gemessen, eine sehr geringe Förderung erfahren. ... Was wäre dagegen – vom idealen wie vom volkswirtschaftlichen Standpunkt aus – zu erreichen, wenn wir den guten Begabungen nur dieselbe Zeit widmen könnten wie den Schwachen? Oder wären sie vielleicht gar größerer Förderung wert?“

Am Schluss dieses Kapitels geht Kühnel auch auf die Differenzierung ein (Kühnel 1950, 255-256) und führt dazu aus:

„Eine Frage bleibt noch zu erörtern. Inwieweit sollen die Schwachen ausgeschieden werden? Und zwar denken wir hier nicht an Differenzierungs- und Lernbehindertenklassen, sondern an die übliche Einrichtung des Sitzenbleibens. Man könnte ja der Meinung sein, wir wollten – um die Begabten nicht zu schädigen – eine verhältnismäßig rücksichtslose Ausscheidung der Schwachen empfehlen. Gerade das Gegenteil ist richtig. Das System der Sitzenbleiber taugt nicht mehr für unsere Zeit. Zwar ist es etwas anderes, ein Kind, das noch nicht schulreif ist, zurückzustellen, etwas anderes auch, Kinder mit auffallend niedrigem Entwicklungstempo zusammenzunehmen in einem besonderen Unterricht. Sitzenbleiben aber beschneidet die Bildungsmöglichkeiten, wenn das Lebensalter die Entlassung fordert, und ist darum bedenklich. ... Für das Rechnen wird die Frage des Sitzenbleibens – normale Aufnahme vorausgesetzt – in den allermeisten

Fällen schon gegenstandslos, wenn man in der konkreten und lebensnahen Weise vorwärts geht, wie wir sie ausführlich dargelegt haben ...

Die Autoren des ZAHLENBUCHs teilen diese Auffassung.

4. Kritikpunkt: *„Es gibt zu wenige und zu wenig gleichbleibende Übungen auf einfachem Anforderungsniveau“.*

Hierzu möchten wir erstens anmerken, dass der Blitzrechnkurs genau das Gewünschte liefert: *„wenige gleichbleibende Übungen auf einem einfachen Anforderungsniveau“*. Pro Schuljahr umfasst der Blitzrechnkurs nur 10 Übungen.

Zweitens gibt es als Ergänzung zum Arbeitsheft, das fast ausschließlich Aufgaben beinhaltet, die im Unterricht besprochen wurden, noch die Reihe *„Verstehen und Trainieren. Grundaufgaben zum ZAHLENBUCH“* und ganz neu die Reihe *„Vernetzen und Automatisieren. Aufgabenblätter zum Blitzrechnen“*, die direkt auf die Blitzrechnübungen zugeschnitten ist.

5. Kritikpunkt: *„Die natürliche Differenzierung reicht für immer heterogenere Lerngruppen nicht aus.“*

Diese Feststellung ist richtig, wenn man auf das volle Spektrum von Leistungen abzielt und der Meinung ist, es mit zusätzlichen „Inklusionsmaterialien“ voll abdecken zu können. Wie eingangs angemerkt müssen aber bei starker Heterogenität, insbesondere in Inklusionsklassen, Lerngruppen gebildet werden. Innerhalb einer Lerngruppe ist die natürliche Differenzierung völlig ausreichend. Wie weiter oben schon angemerkt sind die grün unterlegten Seiten für alle Kinder einer Lerngruppe zugänglich.

6. Kritikpunkt: *„Es fehlt die Ausweisung der Anforderungsbereiche.“*

Dieser Kritik halten wir entgegen, dass die unterschiedlichen Bereiche im ZAHLENBUCH sogar markant gekennzeichnet sind: Der untere Bereich wird so deutlich wie in kaum einem anderen Unterrichtswerk von den Blitzrechnübungen bestimmt, der obere von den grün unterlegten Seiten. Die anderen Übungen gehören dem mittleren Bereich an.

7. Kritikpunkt: *„Das ZAHLENBUCH bereitet hinsichtlich des Bereichs „Daten und Zufall“ nur ungenügend auf VerA vor.“*

Dazu ist zu sagen, dass dem ZAHLENBUCH auch im Bereich „Daten und Zufall“ ein überlegtes fachliches Konzept zugrunde liegt, das weit über die Grundschule hinausreicht. Im Begleitband wird dies ausführlich erklärt. Alle wichtigen Zufallsexperimente werden im Buch sorgfältig behandelt.

Die VerA-Aufgaben sind nicht nur in diesem Bereich ein Gemischtwarenladen, der fachlichen Ansprüchen nicht genügt. Mit 12 Aufgaben in 60 Minuten, also durchschnittlich 5 Minuten pro Aufgabe, kann man in keinem Bereich mathematische Fähigkeiten angemessen abprüfen. Mit VerA, PISA & Co. wird das aufbauende fachliche Lernen nicht gefördert, sondern weiter beeinträchtigt. Das Blitzrechnen, das eine solide Basis für weiterführendes Lernen bietet, kann bei VerA prinzipiell nicht abgeprüft werden.

Es ist traurig, dass sich die Bildungspolitik heute von Bildungsforschern beraten lässt, die von den Fächern nichts verstehen. Das ist ein weiteres Indiz dafür, dass das aufbauende fachliche Lernen in der Bildungspolitik keine Priorität genießt.

4. Zur praktischen Umsetzung des ZAHLENBUCHs in heterogenen Klassen

Wenn die Verhältnisse hierzulande in Ordnung wären, gäbe es in den Kindergärten eine mindestens einjährige, besser zweijährige Frühförderung in den Hauptfächern Sprache und Mathematik. Frankreich ist stolz auf seine „*école maternelle*“, die ab 3 Jahren verpflichtend ist. Die Schweiz hat in jüngster Zeit mit der Etablierung der frühkindlichen Bildung im Kindergarten einen großen Fortschritt erzielt. Deutschland, ein relativ reiches Land, in dem Friedrich Fröbel im 19. Jahrhundert die Kindergartenbewegung ins Leben gerufen und mit seinen Spielgaben Musterbeispiele für die geometrische Frühförderung gegeben hat, weist hier einen großen Rückstand auf.

Solange die deutsche Bildungspolitik auf diesem auch für den Zusammenhalt der Gesellschaft zentral wichtigen Gebiet untätig ist, sind wir auf Eigeninitiativen angewiesen. ZAHLENBUCH-Grundschulen sind nach unserer Einschätzung in ihrem eigenen Interesse gut beraten, den Kontakt zu den umgebenden Kindergärten zu suchen und kollegiale Unterstützung für die Einführung des ZAHLENBUCH-Frühförderprogramms anzubieten. Im Projekt *Mathe 2000+* planen wir ein Buch mit Erfahrungsberichten über solche Kooperationen.

Leider gibt es in vielen Bundesländern starre Vorschriften zur Einschulung nach einem Stichtag. Das führt dazu, dass Kinder eingeschult werden, die nicht schulreif sind. Besonders für die Jungen, die sich bis zur Pubertät langsamer entwickeln als die Mädchen, ist dies ein großer Nachteil.

So wie die Dinge heute hierzulande liegen, kommen Kinder mit einem großen Spektrum von Lernvoraussetzungen in die Schule. Es gibt Kinder, die bei Schulbeginn noch keine ausreichende strukturierte Anzahlerfassung haben, die Zahlenreihe nur rudimentär kennen und deren Feinmotorik nur unzureichend ausgebildet ist. Wir halten es für sinnvoll, ja geboten, diese Kinder in einer eigenen Lerngruppe zusammenzufassen, die gezielt mit dem ZAHLENBUCH 0 arbeitet. Dieses neue Werk besteht aus einem Schülerbuch, das eine kompakte Fassung der beiden Spielebücher aus der Frühförderung ist, und einem darauf abgestimmten Arbeitsheft. Zusätzlich kann das „kleine Denkspielbuch“ aus dem Frühförderprogramm benutzt werden. Das ZAHLENBUCH 0 behandelt im Schülerbuch in spielerischer Weise in aller Ausführlichkeit die beiden ersten Blitzrechenübungen „*Wie viele?*“ und „*Zahlenreihe*“. Im Arbeitsheft 0 gibt es dazu passende Aktivitäten, die in einen Ziffernschreibkurs münden.

Die anderen Kinder bilden eine Lerngruppe, die mit dem Band 1 des ZAHLENBUCHs beginnt, angereichert durch Elemente aus dem Frühförderprogramm und unterstützt durch das Material „*Sieben auf einen Blick*“. Während der Arbeit mit dem Band 1 wird größter Nachdruck auf den Blitzrechenkurs gelegt.

Bei geeigneter Förderung im Blitzrechnen werden die Kinder dieser Lerngruppe in aller Regel die Voraussetzungen erwerben, die sie im folgenden Jahr zur Arbeit mit dem Band 2 des ZAHLENBUCHs befähigt. Im Sinn von Johannes Kühnel (vgl. die Anmerkungen zum 3. Kritikpunkt) kann diese Lerngruppe bis zum Ende der Grundschule zusammen bleiben. Innerhalb der Lerngruppe wird es zwar immer noch große Unterschiede geben, insbesondere bei der Bearbeitung von Aufgaben des oberen Anforderungsbereichs. Dadurch wird aber die

Zusammenarbeit in der Gruppe keineswegs beeinträchtigt. Durch das Blitzrechnen wird ja dafür gesorgt, dass eine ausreichende Grundlage für die Kooperation vorhanden ist.

Für eine Förderung über den Unterricht hinaus steht das neue Buch „Fördern und Diagnose mit dem Blitzrechnenkurs. Handreichung für die Praxis“ zur Verfügung (Wittmann & Müller 2014). Die Tabelle in Abb. 1 dient dabei als Leitfaden für Fördern und Diagnose (vgl. dazu auch Wittmann 2015).

Im Einzelfall sind natürlich auch Übergänge von einer Lerngruppe in einer anderen möglich.

Bei der Arbeit mit einem Band des ZAHLENBUCHs ist weiter zu beachten, dass das Werk im Bereich Arithmetik in *Themenblöcke* gegliedert ist. Jeder Themenblock steht unter einer einheitlichen Thematik. Aufgabe der Lehrperson ist es, die Kinder zuerst in den Themenblock einzuführen und mit ihnen die Aufgaben zu besprechen, die zu bearbeiten sind. Im Anschluss daran können die Kinder die Übungen weitgehend selbstständig bearbeiten. Wenn man geeignet zusammengesetzte Tischgruppen bildet, was sehr zu empfehlen ist, können die Kinder einer solchen Gruppe viele Probleme schon unter sich klären. Die Lehrperson informiert sich über die Fortschritte der Kinder und steht für Fragen zur Verfügung.

In praktischer Hinsicht unterscheidet sich die Bearbeitung eines Themenblocks nicht von der Bearbeitung eines „Einzelheftes“. Dass die Themenblöcke zu einem Band zusammengefasst sind, ist nur ein äußerlicher Unterschied. Die *gemeinsame Arbeit* an einem Themenblock hat aber den großen Vorteil, dass der soziale Austausch unter den Kindern gefördert wird und dass die grün unterlegten produktiven Übungen, die den Abschluss eines Themenblocks bilden, *gemeinsam* in Angriff genommen werden können (vgl. das Beispiel zur schriftlichen Addition auf S. 4). Bei der „individuellen“ Bearbeitung von Einzelheften ist diese Form des sozialen Lernens nicht gegeben. Solche Hefte isolieren die Kinder voneinander, was bei der Bewertung dieser Organisationsform oft geflissentlich übersehen bzw. verdrängt wird.

Das fachlich aufbauende Konzept des ZAHLENBUCHs für die Arbeit mit heterogenen Klassen weist somit folgende Eckpunkte auf:

- Anhand des fachlichen Skeletts, das der Blitzrechnenkurs darstellt, werden Lerngruppen gebildet, die mit verschiedenen Bänden des ZAHLENBUCHs arbeiten (ZAHLENBUCH 0 – 4). Das ZAHLENBUCH 0 ist für die Kinder gedacht, die noch keine strukturierte Zahlerfassung ausgebildet haben und feinmotorisch besonders gefördert werden müssen.
- Der Blitzrechnenkurs wird als Förder- und Diagnoseinstrument intensiv behandelt und ist die Grundlage für besondere Fördermaßnahmen. Mit ihm wird sichergestellt, dass alle Kinder einer integrativ-heterogenen Lerngruppe mitkommen. Die Reihen „*Verstehen und Trainieren*“ und „*Vernetzen und Automatisieren*“ sowie die Basiskurs Größen und Formen stehen als zusätzliches Fördermaterial zur Verfügung.
- Bei Aufgaben im höheren Anforderungsbereich gelangt innerhalb einer „integrativ-heterogenen“ Lerngruppe das Prinzip der natürlichen Differenzierung zur Anwendung. In der Freiarbeit können die Reihe „*Probieren und Kombinieren*“ und weitere Materialien aus dem Programm Mathe 2000+ eingesetzt werden (Denkschule, Spiegelbücher, Schauen und Bauen).

5. Schlussbemerkung

Konrad Paul Liessmann beschließt das Kapitel „Der Bildungsexperte“, aus dem oben zitiert wurde, mit folgendem Abschnitt, der im Hinblick auf den heutigen Unterrichtsalltag und die Diskussion in den Kollegien besondere Beachtung verdient (Liessmann 2014, 43 – 44):

Bildungsdiskurse dürfen nicht von Konzepten beherrscht werden, die wohlmeinend, aber widersprüchlich, ideologisch aufgeladen und realitätsfern, nur vordergründig kindgerecht, tatsächlich aber geistfeindlich sind. Wir benötigen für diese Diskussionen vorab die Bereitschaft, der Realität in die Augen zu sehen, den Blick zu öffnen für das, was sich abseits von Phrasen, Schlagworten und Heilslehren an Schulen und Universitäten, in Klassenzimmern und Seminarräumen abspielt. Ein erster Ansatz wäre, einmal denen zuzuhören, die täglich mit Fragen der Erziehung und Bildung befasst sind: den Lehrern zum Beispiel. Dazu wäre es aber notwendig, sie zu ermutigen, ihre Erfahrungen und ihr Wissen zu publizieren, ohne sofort mit dem Verweis rechnen zu müssen, dass sie ohnehin nur ihre Standesinteressen vertreten. Etwas Ehrlichkeit und der Verzicht darauf, Bildung als Heilsbotschaft misszuverstehen, würden fürs Erste schon genügen.

In diesem Sinn möchte der vorliegende Beitrag Lehrerinnen und Lehrer dazu ermutigen,

- sich kein X für ein Z vormachen zu lassen,
- das Konzept des ZAHLENBUCHs zur fachlichen Förderung von Kindern mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen auch in pädagogischer Hinsicht zu prüfen,
- die Möglichkeiten für eine „entspannte“ Nutzung des ZAHLENBUCHs in der eigenen Praxis auszuschöpfen,
- die Zusatzmaterialien und Lehrermaterialien sinnvoll einzuordnen und zu nutzen,
- und Diskussionen über die heute von der Politik gesetzten Randbedingungen nicht aus dem Weg zu gehen – im wohlverstandenen Interesse der Kinder und der Gesellschaft.

Literatur

- Dewey, J. (1903/2012): Das Kind und die Fachinhalte. In: Müller, G.N., Selter, Ch, & Wittmann, E.Ch. (2012): *Zahlen, Muster und Strukturen. Spielräume für aktives Lernen und Üben*. Stuttgart: Klett, 6 - 21 (Übers. E.Ch. Wittmann)
- Dewey, J. (1926/1988): Individuality and Experience. In: Dewey, J. *The Later Works. Vol. 2: 1925 – 1927*. Edited by Jo Ann Boydston. Carbondale: SIU Press, 1988, 55 – 61
- Drucker, P.F. (1993): *The Post-Capitalist Society*. Oxford: Butterworth-Heinemann 1993.
- Fehr, H. (1988): A Philosophy of Arithmetic Instruction. *Arithmetic Teacher* 36, 437 – 441
- Hess, K. (2003): Lehren zwischen Belehrung und Lernbegleitung. Bern: hep
- Kirschner, P.A., Sweller, J. & Clark, R.E. (2006): Why minimal guidance during instruction does not work: an analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist* 41(2), 75 - 86
- Kühnel, J. (1950⁸): *Neubau des Rechenunterrichts*. Bad Heilbrunn: Klinckhardt
- Liessmann, K.P. (2014): *Geisterstunde. Die Praxis der Unbildung. Eine Streitschrift*. Wien: Zsolnay
- Wittmann, E.Ch. (2015). Das systemische Konzept von Mathe 2000+ zur Förderung „rechenschwacher“ Kinder. In: Schäfer, H. & Rittmeyer, Ch. (2015): *Handbuch Inklusive Diagnostik*. Weinheim: Beltz, 199 - 213
- Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. (2014): *Fördern und Diagnose mit dem Blitzrechnkurs. Handreichung für die Praxis*. Stuttgart: Klett