„Kompetenzorientierung" vs. solide mathematische Bildung: Wohin steuert der Mathematikunterricht?[1]

Erich Ch. Wittmann

> Das 20. Jahrhundert hat im Bildungswesen eine Form von Leistungsbewertung hervorgebracht, die weltweit durch die Psychometrie dominiert wird. Die Mathematikdidaktik im 21. Jahrhundert ist herausgefordert, andere Formen der Leistungsbewertung zu entwickeln ... Dafür müssen wir uns von verengten Vorstellungen vom Gehirn als einer Hierarchie [von Kompetenzen], von Schule als einer Produktionsstätte und von Leistungsbewertung als technisch zu lösender Aufgabe verabschieden.
>
> Jeremy Kilpatrick1991

Zusammenfassung

Obwohl die „Kompetenzorientierung" die Zielsetzungen des Unterrichts erweitert und Initiativen zur Weiterentwicklung des Unterrichts angestoßen hat, ist sie aus folgenden Gründen negativ zu bewerten:

1. Die Mathematik als gewachsener Organismus lässt sich von ihrem Wesen her nicht durch Listen von Kompetenzen beschreiben. Punkt.
2. Die „Kompetenzorientierung" hat, vor allem in der Sekundarstufe, zu einer einseitigen Betonung der Anwendungen der Mathematik geführt. Fachinhalte wurden in den Hintergrund gedrängt. Diese Ausrichtung verfälscht nicht nur das Fach, sondern ist auch für die Anwendungen kontraproduktiv.
3. Mit der „Kompetenzorientierung" hat das Bildungsmonitoring Einzug gehalten. Damit wird Bildungsforschern, die vom Fach nichts verstehen, die Deutungshoheit über die Entwicklung des Unterrichts übertragen. Dieser Zustand ist absurd und wird auch nicht dadurch gemildert, dass „Mathematik"didaktiker im Gewand von Bildungsforschern mitwirken.

Heinrich Winter hat bereits 1975 mit seinen allgemeinen Lernzielen, die mit Strukturen und Inhalten eng verbunden sind, eine erweiterte Zielsetzung des Unterrichts formuliert und die Rolle der Mathematik für die Allgemeinbildung überzeugend beschrieben. Der unter seiner Federführung entstandene Lehrplan Mathematik für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen von 1985 zeigt den Weg für eine fachlich authentische, stufenübergreifende und schülerorientierte Weiterentwicklung des Unterrichts. Daran gilt es anzuknüpfen, um den Unterricht wieder auf eine solide Grundlage zu stellen, die der Wirtschaft und der Gesellschaft in intelligenter Weise nützt, weil sie eine breite Bildung einschließt.

---

[1] Ausarbeitung eines Vortrags bei der GDM-Tagung in Basel 2015. Der Autor wurde 1969 auf eine Professur für Didaktik der Mathematik in Dortmund berufen und hat die Entwicklung des Unterrichts und der Didaktik in Westdeutschland und international über 50 Jahre miterlebt.

Die Diskussion um den Mathematikunterricht wird heute dadurch erschwert, dass die mit den Bildungsstandards eingeleitete „Kompetenzorientierung“ von der Bildungsadministration absolut gesetzt und der Praxis aufoktroyiert wird. Um diese Betriebsblindheit zu überwinden und den Boden für eine intelligente Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts zu bereiten, ist es hilfreich, zwei gescheiterte Reformansätze vor 50 Jahren in Erinnerung zu rufen, bei denen die Verhältnisse in vielerlei Hinsicht ähnlich gelagert waren. Daraus gilt es Lehren zu ziehen.

1. Die Neue Mathematik („Mengenlehre“)

Die um 300 v.Ch. verfassten „Elemente“ von Euklid galten über mehr als 2000 Jahre als unbestrittenes Vorbild für einen systematischen Aufbau der Mathematik. Im 19. Jahrhundert wurde aber entdeckt, dass dieses Gebäude Lücken in den Voraussetzungen (Axiomen) aufwies. Dem großen Mathematiker David Hilbert (1862 – 1943) gelang es, in seinem Werk „Grundlagen der Geometrie“ ein vollständiges Axiomensystem zu formulieren und die Geometrie ohne Bezug auf die Anschauung auf eine formale Grundlage zu stellen (Hilbert 1899).

Dieser Erfolg regte dazu an, die gesamte Mathematik formal aufzubauen. Hilbert war dabei die treibende Kraft. Seine Vision war es, mithilfe dieser Methode auch die Widerspruchsfreiheit der Mathematik beweisen und damit die Mathematik auf eine absolut sichere Grundlage stellen zu können. Obwohl der Logiker Kurt Gödel (1906 – 1978) bereits in den 1930er Jahren bewiesen hatte, dass sich das Hilbertsche Grundlagenprogramm nicht realisieren lässt, setzte sich die axiomatische Methode mehr und mehr durch und wurde in der Mathematik zum unbestrittenen Vorbild.

1935 schlossen sich einige französische und amerikanische Mathematiker unter dem Pseudonym „Nicolas Bourbaki“ zusammen, um die Mathematik auf drei einfache „Mutterstrukturen“ zu gründen: auf algebraische Strukturen, topologische Strukturen und Ordnungsstrukturen (Bourbaki 1974).

Diese „Strukturmathematik“ breitete sich ab 1960 an den Universitäten auf breiter Front aus und beherrschte dort schnell sowohl die Forschung als auch die Lehre.[2] Die älteren Mathematiker konnten die Entwicklung nur mit ungläubigem Staunen verfolgen. Die jüngeren waren voll auf Boubaki

[2] Der Autor hat in seinem Studium 1959 – 1964 den radikalen Bruch miterlebt. Am gravierendsten zeigte sich dieser Bruch in der Geometrie. Innerhalb weniger Jahre wurde die traditionelle Anfängervorlesung „Analytische Geometrie I, II“ durch „Analytische Geometrie und Lineare Algebra I, II“ und kurz darauf durch „Lineare Algebra I, II und Multilineare Algebra“ abgelöst und damit die Geometrie eliminiert.

fixiert und hatten damals nicht die leisesten Zweifel, dass diese Richtung vielleicht ein einseitiges Bild von Mathematik verkörpern könnte.

Es ist verständlich, dass eine so umwälzende Entwicklung innerhalb der Mathematik mit einer gewissen zeitlichen Verzögerung auch auf die Didaktik des Faches ausstrahlte. Die 5. Tagung der „Commission Internationale pour l'Étude et l'Amelioration de l'Enseignement Mathématique" (CIEA-EM) 1952 in Melun nahe Paris stand unter dem Rahmenthema „Structures mathématiques et structures mentales". In der Konferenz, an der Jean Dieudonné, einer der am stärksten nach außen wirkenden Bourbakisten, und Jean Piaget, der damals schon weltberühmte Epistemologe und Psychologe, teilnahmen, entstand der Eindruck, die von Piaget aufgedeckten elementaren psychologischen Strukturen seien eng mit den Mutterstrukturen von Bourbaki verwandt, wenn nicht sogar identisch.

Ausgelöst durch den Sputnik-Schock 1957 begannen in den westlichen Ländern hektische Bemühungen um eine grundlegende Reform des Mathematikunterrichts. In den USA nahm die auf Bourbaki aufbauende „New Math" schnell Fahrt auf. Signalwirkung für Europa hatte eine von der OECD 1959 organisierte Konferenz in Royaumont, bei der Dieudonné den Ton bestimmte. In seinem Vortrag forderte er mit seinem Diktum „Euclid must go!" dazu auf, die Elementargeometrie aus dem Unterricht zu verbannen und durch die Lineare Algebra zu ersetzen (Dieudonné 1961).[3]

Eine von der OECD im Anschluss an diese Konferenz eingesetzte Arbeitsgruppe verfasste ein Buch, das der „Neuen Mathematik" das Tor nach Europa öffnete (dt. Übersetzung Schoene 1963). Kurze Zeit später verabschiedete der Förderverein MNU bei seiner Jahrestagung 1965 in Nürnberg die „Nürnberger Lehrpläne", die ganz auf dieser Linie lagen.[4] 1968 beschloss die KMK „Empfehlungen und Richtlinien zur Modernisierung des Mathematikunterrichts", mit der die „Neue Mathematik", in der Öffentlichkeit als „Mengenlehre" bezeichnet, zum offiziellen Reformprogramm erklärt wurde. Tenor aller offiziellen Verlautbarungen der OECD und der KMK war, dass die Wirtschaft im internationalen Wettbewerb zurückfallen

---

[3] Nach dem Vortrag erhob sich die italienische Didaktikerin Emma Castelnouvo, bekannt durch ihre Beiträge zum Geometrieunterricht, und rief Dieudonné zu: „Ohne das Dreieck, das einzige starre Polygon, würde Ihr schöner Eiffelturm gar nicht existieren." Dieudonné stand bei seinem Vortrag interessanter Weise hinter einem Tisch, dessen Platte von dreieckigen Stützen getragen wurde (Mündliche Mitteilung von Lucien Kieffer/Luxembourg, der an der Konferenz teilgenommen hatte).

[4] Der Autor hat damals als Studienreferendar am Dientzenhofer Gymnasium an dieser Tagung teilgenommen und stand der „Mengenlehre" nach der Lektüre von Freudenthal 1963 ablehnend gegenüber.

würde, wenn die Modernisierung des Mathematikunterrichts nicht energisch vorangetrieben würde.

Auf der Grundlage der KMK-Richtlinien und Empfehlungen erließen die einzelnen Bundesländer entsprechende Lehrpläne und ordneten die Umsetzung der „Mengenlehre“ in den Schulen an. Die Verlage brachten in Windeseile entsprechende Unterrichtwerke auf den Markt.

Die Pädagogischen Hochschulen und Universitäten in Westdeutschland stellten sich in der Lehrerbildung schnell auf die neuen Vorgaben ein. An vielen Orten lauteten die Titel der Vorlesungen für das Lehramt an Grund- und Hauptschulen in den ersten drei Semestern „Mengen“, „Relationen“, „Abbildungen“. Standardreferenz war das dreibändige Werk „Neue Mathematik für Lehrer und Studenten“ (Griesel 1971-1974).

Auch in der DDR zog die „Mengenlehre“ in den Lehrplan und die Lehrerbildung ein, allerdings in abgeschwächter Form. Großen Einfluss hatte die Mathematikdidaktikerin Lilly Görke. Ihr bekannteste Werk war „Mengen, Relationen, Funktionen“ (Görke 1967). Als Rückhalt für diese Entwicklung diente ein entsprechender Reformansatz in der Sowjetunion, der von dem Spitzenmathematiker A.N. Kolmogorov ganz im Geiste von Bourbaki vorangetrieben wurde.

Der bekannteste internationale Protagonist von „New Math“ war der Ungar Zoltan P. Dienes (1916 – 2014). Er hielt auf der ganzen Welt Vorträge und verfasste zahlreiche Bücher, die in viele Sprachen übersetzt wurden. Für seine Vorstellungen von Mathematikunterricht ist folgendes Zitat repräsentativ (Dienes 1966):

> „Während der sechs Jahre in der Grundschule werden viele Kinder einen Grad von mathematischer Reife erreicht haben, der es ermöglicht, sie in fast jedem Bereich der Mathematik zu unterrichten, der heute normaler Weise in der Oberstufe oder in den ersten Jahren der Universität unterrichtet wird: Gruppen, das Studium von Untergruppen, Isomorphismen, Ringe, simultane Gleichungen.“

An Kritik an der „Mengenlehre“ hat es nicht gefehlt. Bereits 1962 verabschiedeten etwa 70 bekannte amerikanische Mathematiker ein wohlbedachtes Memorandum für eine Curriculum-Reform jenseits von „New Math“ (Ahlfors et al. 1962). Einer der Unterzeichner war George Polya (1887 – 1985), bekannt durch seine Bücher über Heuristik, ein anderer Alexander I. Wittenberg (1926 – 1965), der sich einen Namen mit einem Buch über mathematische Bildung machte (Wittenberg 1963). 1963 erschien Hans Freudenthals Kritik an der blinden Übernahme der axiomatischen Methode in die Schule, die er später vielfach wiederholte (Freudenthal 1963).

Die englische Association of Teachers of Mathematics veröffentlichte 1967 ein Buch zum Grundschulunterricht, in dem die „Mengenlehre“ im letzten Abschnitt kurz behandelt wurde (ATM 1967).[5] Dies war ein klares Indiz dafür, dass man diesem Thema keine große Bedeutung beimaß.

Unter den späteren Kritikern der „Neuen Mathematik“ ragte der französische Fields-Medaillist René Thom heraus, der in einem Plenarvortrag bei dem 2nd International Congress on Mathematical Education (ICME 2) in Exeter aufzeigte, dass „New Math“ auf einem falschen Bild von Mathematik beruhte (Thom 1973). Aufschlussreich war auch ein Vortrag von Robert Ossermann 1980 bei IMCE 4 in Berkeley. Dieser Geometer machte darauf aufmerksam, dass sich große Teile der heutigen Mathematik, insbesondere der angewandten Mathematik, völlig außerhalb der Strukturmathematik entwickeln (Ossermann1983).

Auch in der UdSSR verstärkte sich die Kritik an der „Mengenlehre“. Kolmogorov traf insbesondere in den Reihen der Akademie der Wissenschaften auf erbitterten Widerstand, vor allem aus den Reihen der Geometer unter den Mathematikern.

Der internationale Mathematikerkongress 1978 in Helsinki gilt als Zeitmarke für die Abkehr der Mathematiker von Bourbaki (Stewart 1995). Der Glaube, die „Mengenlehre“ verkörpere die Mathematik, hatte sich selbst unter Mathematikern als Irrtum erwiesen. Das Programm von Bourbaki wurde abgebrochen und blieb unvollendet.

Aus heutiger Sicht ist Folgendes festzuhalten:

Obwohl frühzeitig fundierte Kritik an der „Mengenlehre“ geübt wurde, stellten sich die Bildungsadministration und die große Mehrheit der Mathematikdidaktiker jahrelang gegen diese Kritik taub. Erst der offenkundige Misserfolg der „Mengenlehre“ in der Praxis zwang zu einer zögerlichen Abkehr. Es dauerte fast 10 Jahre, bis die KMK neue Richtlinien veröffentlichte, die aber keine klare Richtung vorgaben. Der Schaden für das Bildungssystem war immens. Er bestand insbesondere darin, dass die gewachsene curriculare Struktur des Unterrichts zerstört worden war. Davon hat sich der Mathematikunterricht der Sekundarstufe I in Westdeutschland bis heute nicht erholt.

Im Gegensatz zu den traditionellen Gebieten Arithmetik, Algebra, Elementargeometrie, Analytische Geometrie und Analysis ist die „Mengenlehre“ von den Anwendungen weit entfernt. Mit ihrer erzwungenen Einführung

[5] Genau dieses Werk hatte für die Entwicklungsforschung im Projekt Mathe 2000 eine Schlüsselfunktion.

wurden daher auch die Beziehungen zum Unterricht in den Naturwissenschaften und der Technik gekappt – in eklatantem Widerspruch zu dem erklärten Ziel, damit die Wettbewerbsfähigkeit der deutschen Wirtschaft zu stärken. Das Programm MINT würde heute auf ganz anderen Füßen stehen, wenn es diese krachend gescheiterte Reform nicht gegeben hätte.

Gleichwohl darf die Zeit der „Mengenlehre“ nicht als totaler Fehlschlag bezeichnet werden. Es gab auch eine Reihe positiver Reformansätze, wie Tanja Hamann aufgezeigt hat (Hamann 2011). Diese jedoch ganz der „Mengenlehre“ zuzuschreiben, wie es diese Autorin tut, ist unberechtigt. Die Hinwendung zu aktiven Methoden und inhaltliche Erweiterungen des Unterrichts speisten sich aus ganz anderen Quellen. Das fortschrittliche Buch ATM (1967) ist ein klarer Beleg dafür. Festzuhalten ist auch, dass die aktive Rolle, die Piaget den Lernenden zuschrieb, ganz unabhängig von Piagets Vorstellungen von Strukturmathematik ist. Das Buch ATM (1967) zeigt im Übrigen auch, dass eine organische Einbeziehung struktureller Überlegungen in die traditionellen Gebiete der Elementarmathematik sehr leicht möglich (und durchaus sinnvoll) gewesen wäre.

Die nachfolgende 10-jährige Stagnation in der Unterrichtsentwicklung wurde in (West)-Deutschland erst mit dem Lehrplan für den Mathematikunterricht in der Grundschule von Nordrhein-Westfalen von 1985 überwunden, der unter der Federführung von Heinrich Winter entstand. Bei Winter, ursprünglich ein Parteigänger der „Mengenlehre“, zeigt sich besonders deutlich, dass seine eigentlichen Intentionen bei der Reform des Mathematikunterrichts nicht an die „Mengenlehre“ gebunden waren und erst im Zuge einer dem wahren Fach entsprechenden Fundierung des Unterrichts voll zum Tragen kamen (Winter 2017).

In der DDR hatte das Scheitern der Kolmogorov-Reform in der UdSSR zur Folge, dass bereits Anfang der achtziger Jahre der Lehrplan modifiziert wurde. Der neue Lehrplan, übergreifend für die Klassen 1 bis 12, bewahrte, anders als die Lehrpläne im Westen, einen *fachlichen Aufbau* und wurde von ausgearbeiteten methodischen Praxishilfen begleitet. Dieses Konzept hat die Zeit zumindest unterschwellig überdauert und bietet *per se* den östlichen Bundesländern (trotz der Kompetenzorientierung) bis heute einen strategischen Vorteil (auch wenn dieser DDR-Lehrplan die in den Abschnitten 4 und 5 beschriebenen Vorstellungen von Mathematik und solider mathematischer Bildung nur ansatzweise entspricht).

Unabhängig von dem Schaden der „Mengenlehre“-Reform für das Bildungswesen darf natürlich auch der volkswirtschaftliche Schaden nicht übersehen werden, der mit ihr angerichtet wurde.

2. Die Operationalisierung von Lernzielen

Nahezu zeitgleich mit der Mengenlehre fasste eine andere Bewegung, die ebenfalls aus den USA importiert und durch die OECD mit dem Verweis auf wirtschaftliche Notwendigkeiten propagiert wurde, in Europa Fuß.

Protagonisten waren amerikanische Psychologen, die für das Militär gearbeitet hatten und der Auffassung waren, die dort bewährte genaue Beschreibung von Lernzielen könne unmittelbar auf den Unterricht übertragen werden. Diese Position fand im deutschsprachigen Raum schnell Anhänger, besonders in der empirisch ausgerichteten Pädagogik. Es ist kein Zufall, dass eines der Hauptwerke der Lernzieloperationalisierung in deutscher Übersetzung in einer Reihe erschienen ist, die von dem Pädagogen Heinrich Roth herausgegeben wurde (Gagné 1973). Roth wurde bekannt durch seine Forderung nach einer „empirischen Wende" der Pädagogik.

Hinter der Operationalisierung der Lernziele steht die Auffassung, der Unterricht könne nur dann in kontrollierter Weise zu Zielen führen, wenn diese Ziele bis ins Einzelne beschrieben werden. Gagné (1973, 99, 101) zeigt die Aufspaltung in Fein- und Feinstlernziele auch an mathematischen Beispielen.[6]

Nach Gagné (1973, 257) muss eine Beschreibung von Lernzielen („behavioral objectives") folgende Komponenten aufweisen:

> „1. Ein *Verbum*, das beobachtbare Handlungen bezeichnet (zeichnen, bestimmen, wiederkennen, rechnen sind einschlägig; wissen, begreifen, sehen und andere sind es nicht).
>
> 2. Eine Beschreibung der Reizklasse, auf die zu reagieren ist (zum Beispiel ‚Gegeben ist der Ausdruck ab + ac = a[b + c]').
>
> 3. Ein Wort oder eine Wendung, die *das für die Handlung zu benutzende Objekt* bezeichnet, falls das nicht schon im Verb impliziert ist. (wenn das Verbum zum Beispiel ‚zeichnen' ist, könnte die Wendung lauten ‚mit einem Zeichenstift'; wenn es ‚formulieren' heißt, könnte der Zusatz ‚mündlich' sein).
>
> 4. Eine Beschreibung der Klasse richtiger Antworten (zum Beispiel ‚ein rechtwinkliges Dreieck', ‚die Summe' oder die ‚Bezeichnung der Regel').

Wenn die Lernziele entsprechend beschrieben sind, regelt sich nach Gagné (1963, 257) alles Weitere mehr oder weniger von selbst:

[6] Fachlich gesehen sind diese Beispiele abwegig.

> „Mit Hilfe dieser Kriterien wird die Formulierung angemessener Zieldefinitionen zu einer relativ leichten Aufgabe. Beispielsweise könnte ein mathematisches Lernziel sein: ‚Gebt die Bezeichnung der dargestellten Regel, wenn ein schriftlicher Ausdruck von der Form ab + ac = a[b + c] gegeben ist.
>
> (...)
>
> Wenn die Unterrichtsziele in dieser Weise abgeleitet und definiert werden, wird es leicht möglich, die ihnen entsprechenden menschlichen Leistungen zu beobachten. Darüber hinaus ist es möglich, die Erreichung der Ziele zu beurteilen (oder zu messen). So kann man, wie noch in einem späteren Abschnitt zu sehen sein wird, das Problem der Messung von Unterrichtsergebnissen auf ziemlich direkte Weise angehen."

Wie die „Mengenlehre" fand auch die Lernzieloperationalisierung schnell Eingang in Lehrpläne, wenn auch nicht so umfassend. Radikal umgesetzt wurde sie in den hessischen Sek I-Lehrplänen von 1972, die unter dem Minister von Friedeburg erlassen wurden, einem Soziologen, der die Lehrpläne als Mittel zur Herstellung der von ihm angestrebten Chancengleichheit im Bildungswesen betrachtete. Das Fundamentum in Mathematik sah 81 Lernziele vor, von denen 23 durch Fettdruck besonders ausgezeichnet waren. Die ersten zwei der hervorgehobenen Lernziele lauteten (Damerow 1977, 260):

> „Einem vorgegebenen Zustand den zugehörigen Punkt einer Geraden zuordnen können.
> Auf einen vorgegebenen Anfangszustand einen vorgegebenen Operator anwenden können."

Hierin ist deutlich die „Mengenlehre" als fachliche Basis zu erkennen, was nicht verwunderlich ist, denn es waren Vertreter der „Neuen Mathematik", die mit der Formulierung der Lernziele betraut worden waren.

Die Lernzieloperationalisierung fasste besonders auch in der Lehrerbildung der zweiten Phase Fuß. Die Beurteilung von Unterrichtsstunden dahingehend, ob ein Unterrichtsentwurf „richtig" nach Fein- und Feinstlernzielen aufgeschlüsselt war, geriet zu einem Lieblingssport der Doktrinäre in den Fachseminaren.

Auch an der Lernzieloperationalisierung wurde frühzeitig Kritik geübt. Freudenthal 1974, auch in diesem Punkt einer der stärksten Kritiker, sprach von „Lernzielen am dürren Holze" und stellte ihnen „Lernziele am grünen Holze" gegenüber (s. dazu auch Wittmann 1974, Abschnitt 9).

In der Praxis erwies sich dieser mathematisch höchst fragwürdige Ansatz genauso als Irrweg wie die „Mengenlehre“. Gleichwohl dauerte es eine geraume Zeit, bis sich die Bildungspolitik davon verabschiedete. Man muss allerdings einräumen, dass es damals schon klare Anzeichen für eine Absenkung des Niveaus gab und Handlungsbedarf bestand. Die Bildungspolitik hat es aber erneut versäumt, alternative Wege zu einer Qualitätssicherung wenigstens in Erwägung zu ziehen.

Aus heutiger Sicht ist festzuhalten:

Auch bei der gescheiterten Lernzieloperationalisierung haben sich die Bildungsadministration und die Mathematikdidaktik blind einer als Verbesserung des Unterrichts angepriesenen Richtung verschrieben und sie in der Praxis durchsetzen wollen. Kritik wurde einfach beiseite gewischt.

3. Die Kompetenzorientierung[7]

Die Entwicklung des Mathematikunterrichts und der Mathematikdidaktik ist seit etwa 20 Jahren durch die sog. „Kompetenzorientierung“ gekennzeichnet. Den Hintergrund bildet die durch den Behaviorismus geprägte Kognitionspsychologie. Die Intention ist die gleiche wie bei der Operationalisierung der Lernziele: Das gewünschte Verhalten von Schülerinnen und Schüler wird in „competences“ festgehalten, wie es heute statt „behavioral objectives“ heißt. Durch ein psychometrisches Bildungsmonitoring soll kontrolliert werden, welche „Kompetenzstufen“ erreicht werden. Das neue Zauberwort heißt „Outputorientierung“.

Es ist eine feine Ironie, dass in neuen Lehrplänen wie dem Lehrplan 21 in der Schweiz die „Kompetenzen“ in der gleichen Diktion aufgelistet und nummeriert werden wie in den hessischen Lehrplänen von 1972 die Lernziele (EDK 2014):

> „Der Lehrplan 21 stellt transparent, verständlich und nachvollziehbar dar, was die Schülerinnen und Schüler wissen und können. Aus diesem Grund werden die Ziele im Lehrplan 21 in Form von Kompetenzen beschrieben. In der Regel beginnen die Beschreibungen mit ‚Die Schülerinnen und Schüler können ...’.
>
> Damit wird signalisiert, dass der Lehrplan nicht bereits erfüllt ist, wenn der im Lehrplan aufgelistete Stoff im Unterricht behandelt wurde, sondern erst dann, wenn die Kinder und Jugendlichen über das nötige Wis-

---

7 Dem Autor dieses Beitrags ist wohlbewusst, dass es Kolleginnen und Kollegen gibt, die in der „Kompetenzorientierung“ einen Ansatz für vernünftige Entwicklungen sehen, bzw. die „Kompetenzorientierung“ mit sinnvollem Inhalt füllen. Gleichwohl hält er an der grundsätzlichen Kritik in diesem Abschnitt fest.

> sen verfügen und dieses auch anwenden können. Hinter diesem Grundsatz steht ein Lern- und Unterrichtsverständnis, auf dem zum Teil auch heutige Lehrpläne bereits aufbauen. Es wird in der Grund- und Weiterbildung der Lehrpersonen seit längerem vermittelt und liegt auch neueren Lehrmitteln zugrunde.“

Wie vor 50 Jahren kommt diese neue Bewegung aus den USA (NCTM 2000). Treibende Kraft im europäischen Raum ist erneut die OECD (OECD 2000, sowie viele weitere Veröffentlichungen der OECD im Rahmen von PISA). Die Bildungspolitik und die Bildungsadministration setzen die „Kompetenzorientierung“ erneut mit administrativer Macht durch. Weite Teile der Mathematikdidaktik unterstützen dies im engen Schulterschluss mit der Bildungsforschung (Blum et al. 2006). Die Verhältnisse sind mutatis mutandis genauso wie vor 50 Jahren bei der „Mengenlehre“ und der Lernzieloperationalisierung.

Unter den Kritikern aus der Mathematik ragt wie damals ein französischer Fields-Medaillist mit einer subtilen Analyse heraus. Lafforgue (2007) stellt fest, dass sich die Mathematik als gewachsener Organismus nicht in „Kompetenzen“ sezieren lässt und dass die „Kompetenzorientierung“ zu einer Zerstörung fachlicher Strukturen und vor allem auch elementarer Kenntnisse führt.

Fundierte mathematikdidaktische Kritik an der Kompetenzorientierung ist auch von Mathematikdidaktikern geübt worden.

Hans-Dieter Sill hat schon sehr früh eine Fundamentalkritik an den Bildungsstandards vorgelegt, in der er zu folgendem Schluss kommt (Sill 2008, 8):

> Die aktuellen Bildungsstandards können als der erneute Versuch einer Bildungsreform von oben angesehen werden und sind für mich Ausdruck eines typisch deutschen Hangs zur zentralen Steuerung von Unterrichtsentwicklungen. Sie sind zumindest für den Mathematikunterricht weder das Ergebnis einer breiten Bewegung in der Lehrerschaft, noch einer Gesamtanalyse der Curriculumentwicklung in Deutschland und ebenfalls kein Resultat einer wissenschaftlich fundierten Curriculumtheorie.

Hans Schupp stellt einer umfassenden kritischen Analyse zur Entwicklung der Mathematikdidaktik in den letzten Jahrzehnten zur „Kompetenzorientierung“ folgendes fest (Schupp 2016, 78):

> Kultur, kulturelle Kohärenz ist nicht denkbar ohne Tradition und Tradition ist wesentlich die reflektierte Weitergabe erworbenen Wissens und

> Verstehens. Diese Reflektion geschieht in der aktiven Auseinandersetzung mit klassischen Inhalten, in unserem Falle mit typischen Vorgehensweisen und Einsichten innerhalb einer 2 ½ Jahrtausende alten Mathematikgeschichte, im Kennen und Verstehen zeitübergreifender typischer Bemühungen darin. Hier von „trägem“ oder „totem“ Wissen zu reden und sich auf „Sachkompetenz“ (neben vielen anderen Kompetenzen) zu beschränken, ist töricht und leichtsinnig, zumal wenn man diese Kompetenzeuphorie auch noch auf Leistung und Leistungsmessung ausdehnt, d.h. nur noch eng verstandene Fähigkeiten und Fertigkeiten misst und somit höchstens zu oberflächlichen Verbesserungen des Leistungsstandes kommt.

Rainer Kaenders und Ysette Weiss (2017) beklagen in ähnlicher Weise, dass die „Kompetenzorientierung“ einen Bruch mit der ehemals international beachteten Bildungstradition herbeigeführt, Inhalte ausgehöhlt und ein Absinken des Niveaus nach sich gezogen hat (Kaenders & Weiss 2017).

Gewicht hat auch die Kritik von Philosophen. Liessmann (2014, 45 - 77) geißelt mit der Kompetenzorientierung auch die „Fächerdämmerung“ und die „neue Disziplinlosigkeit“, d.h. die Vernachlässigung der Fachstrukturen, die er zurecht als das Hauptproblem ansieht. Türcke (2016) weist darauf hin, dass die Bildungsstandards an der Oberfläche bleiben und nicht das beschreiben, was geistige Leistung wirklich trägt:

> Alle Bildungsstandards fordern Soft Skills. Hard Skills wie Kopfrechnen, Rechtschreibung, Memorieren werden widerwillig mitgeschleppt und erodieren. Sie gelten nicht mehr als mentale Elementartechniken, nicht mehr als Unterbau höherer Leistungen, sondern sie sind unter der Würde von Kindern, die durch kreatives Entdecken statt durch Pauken vorankommen sollen. Kompetenzmodellierer und Bildungspolitiker argumentieren wie Pianisten, die kaum mehr Klavier üben, weil es nicht auf Technik ankomme, sondern auf die Musik. Oder wie Fußballtrainer, die das Kraft- und Konditionstraining abschaffen, um Zeit fürs Eigentliche zu gewinnen: das intelligente Zusammenspiel, die Hackentricks und Fallrückzieher. Sie sägen also an dem Ast, auf dem das Eigentliche sitzt.

Fassen wir zusammen:

Auch heute ist die Forderung der Bildungspolitik und der Bildungsadministration nach besseren schulischen Leistungen nachzuvollziehen, denn es *ist keine Frage, dass der Mathematikunterricht weit hinter dem zurückbleibt, was er leisten könnte.*[8] *Es ist aber erneut zu bedauern, dass*

- *mit der „Kompetenzorientierung“ und dem Bildungsmonitoring zum dritten Male ein Import aus den USA als einziger Weg zur Qualitätssicherung verfolgt wird, obwohl die Erfahrungen in den USA mit zentralen Tests negativ sind,* [9]
- *die Protagonisten der „Kompetenzorientierung“, insbesondere die Bildungsforscher, blindes Vertrauen genießen,*
- *die Bildungspolitik fundierter Kritik an der „Kompetenzorientierung“, die vermutlich auch in der Bildungspolitik selbst vereinzelt geübt wird, kein Gehör schenkt.*

Der russische Mathematiker Nowoshilow hat den Kampf gegen die Verbreitung des mathematischen Formalismus der „Neuen Mathematik“ als „ökologische Aufgabe“ bezeichnet (Nachwort in Blechman et. al. 1984). Auch der Kampf gegen die „Kompetenzorientierung“ ist eine ökologische Aufgabe.

Diese Richtung stößt zwar nicht auf so einhellige Ablehnung wie seinerzeit die „Mengenlehre“ und ist auch nicht so absurd wie die Lernzielorientierung. Sie dürfte sich also unter dem administrativen Druck und der üppigen Unterstützung mit Personal- und Finanzmitteln länger halten. Immerhin ist aber bereits eine gewisse Ernüchterung festzustellen, sodass man die leise Hoffnung auf einen Kurswechsel hegen kann.

4. Was ist Mathematik?

Die in den Abschnitten 1 – 3 beschriebenen Fehlentwicklungen, so unterschiedlich sie sind, haben eines gemeinsam: *Sie beruhen auf einem verfälschten Bild von Mathematik.* Damit ist ihr Scheitern vorprogrammiert, denn sinnhaftes Lehren und Lernen von Mathematik setzt das wahre Fach voraus. Im Hinblick auf die im folgenden Abschnitt zu entwickelnde Alternative ist es sinnvoll, diesen alles entscheidenden Punkt genauer zu erläutern.

---

[8] Um dies feststellen zu können, bedarf es keiner Bildungsforschung. Die Erfahrungen von Lehrerinnen und Lehrern an allen Schulformen, von Ausbildern in der beruflichen Erstausbildung und von Hochschullehrern bestätigen es auf der ganzen Linie.

[9] Nach Auffassung des Autors wäre es auch besser gewesen, wenn Europa auch in der Wirtschaft, im Finanzwesen und bei der Universitätsreformeigene eigene Traditionen weiterentwickelt hätte, anstatt fragwürdige Konzepte aus den USA zu übernehmen.

Unter Mathematikern wird heute weithin die Auffassung geteilt, dass Mathematik *die Wissenschaft von den Mustern* ist. Diese Charakterisierung stammt von dem englischen Mathematiker W.W. Sawyer (1911 – 2008), der ein begnadeter Vermittler von Mathematik war und eine Reihe mathematisch substanzieller Lehrbücher veröffentlicht hat. In Sawyer (1955, 12) heißt es:

> „Mathematik ist die Klassifikation und das Studium aller möglichen Muster. Muster (...) wird hier in einem sehr umfassenden Sinn verstanden, um fast jede Regelmäßigkeit einzuschließen, die vom menschlichen Geist erkannt werden kann."

William Thurston, Fields-Medaille 1982, schließt sich dieser Beschreibung in einem Grundsatzartikel zur Mathematik an (Thurston 1994, 162):

> „Mathematiker haben das Gefühl, dass sie wissen, was Mathematik ist, finden es aber schwierig, eine gute direkte Definition zu geben (...) Für mich erfasst ‚Theorie der formalen Muster' die Mathematik am besten."

Sawyer (1911 – 2008) übte in den 1950er und 1960er Jahren durch seine Veröffentlichungen, die sowohl die Struktur als auch die Anwendungen der Mathematik gleichermaßen berücksichtigten, sehr großen Einfluss auf die englische Mathematikdidaktik aus. Das Buch ATM (1967), das wie schon angemerkt eine Schlüsselfunktion für das Projekt Mathe 2000 hatte, ist sichtlich durch Sawyers Auffassungen von Mathematik geprägt, die eine Reflexion über das Fach einschließen. Von Anfang bis Mitte der 1960er Jahre hatte Sawyer eine Professur in den USA inne und gehörte zu den Unterzeichnern des Memorandums Ahlfors et al. (1962).

Heinrich Winter hat in einem grundlegenden Artikel zur Rolle der Mathematik in der Allgemeinbildung drei Aspekte der Mathematik unterschieden (Winter 1997, 27):

> „(1) Mathematik als tendenziell universal anwendbare Wissenschaft; Kreation mathematischer Modelle zu außermathematischen Phänomenen und Unternehmungen
>
> (2) Mathematik als reine Geisteswissenschaft; Entwicklung deduktiv geordneter Theorien über ideelle Objekte
>
> (3) Mathematik als Kunst (ars) des Problemlösens; Systematisierung allgemeiner und spezieller Heuristiken als Formen des Denkens."

Im Vergleich zeigt sich, dass die „Neue Mathematik" einseitig die strukturelle und formale Seite der Mathematik, also (2), betonte. In der „Kompetenzorientierung" hingegen wird einseitig auf die „Anwendungen" der Mathematik, also auf (1), gesetzt. Mathematische Strukturen sind aus den

„kompetenzorientierten“ Unterrichtswerken weitgehend verschwunden. Angestrebt wird eine Alltagsmathematik, die als einzige Legitimation für den Mathematikunterricht gilt. Mit echten Anwendungen der Mathematik hat dies vielfach nichts zu tun (Bandelt 2015, Kühnel 2015). Viele Anwendungsaufgaben sind an den Haaren herbeigezogen.

Die obigen Punkte (2) und (3) kann man unter „Denkerziehung“ subsumieren. In den Lehrplänen seit dem 19. Jhdt. wurde der Denkerziehung immer ein prominenter Platz eingeräumt, auch wenn die Realität in der Praxis oft weit hinter diesem Anspruch zurückblieb. Der „Mengenlehre“ muss man zugutehalten, dass sie die „Denkerziehung“ anstrebte und dieses Ziel auch zu einem gewissen Grad erreicht hat. In der „Kompetenzorientierung“ dagegen wurde die Aufgabe des Mathematikunterrichts, in fachspezifischer Weise zur Denkerziehung beizutragen, völlig aufgegeben.

Die Beschreibung von Winter (1997) macht deutlich, dass die Mathematik zwei Aspekte hat, die untrennbar miteinander verbunden sind: die *reine* und die *angewandte* Mathematik. Die reine Mathematik ist gekennzeichnet durch Theorien, in denen komplexe Muster aus einfachen Mustern entwickelt werden. Mathematische Theorien werden oft durch Anwendungen angeregt, speisen aber umgekehrt die Anwendungen, denn zum Modellieren benötigt man Bausteine, die nur aus der Mathematik kommen können.

In der reinen Mathematik spielen Beweise die Schlüsselrolle: „Beweise sind das Herz der Mathematik“ (Günter Ziegler). In den Anwendungen gibt es aber keine Beweise. Ein Mathematikunterricht, der einseitig auf Anwendungen abzielt, ist daher „herzlos“ und verdient seinen Namen nicht.

Der einseitige Bezug zu „Anwendungen“ hat einen weiteren gravierenden Nachteil: Er geht auch zu Lasten der Schönheit der Mathematik, die nur in Verbindung mit mathematischen Strukturen zur Geltung kommen kann.

In einer Kontroverse mit dem französischen Mathematiker J.B.J. Fourier (1786 – 1830), der für seine Erfolge bei den Anwendungen der Mathematik auf physikalische Phänomene bekannt ist, hat der deutsche Mathematiker C.G.J. Jacobi (1804 – 1851) in einem Brief folgende Auffassung vertreten:

> „Herr Fourier vertrat die Meinung, das Hauptziel der Mathematik sei ihr Nutzen für die Gesellschaft und die Erklärung der Naturphänomene; aber ein Philosoph wie er hätte wissen müssen, dass das einzige Ziel der Wissenschaft die Ehre des menschlichen Geistes ist und dass bei diesem Anspruch eine Frage über Zahlen ebenso viel wert ist wie eine Frage über das Weltsystem.“

Damit wollte Jacobi den reinen Aspekt keineswegs gegen den angewandten Aspekt ausspielen. Jacobi selbst ist ja auch bekannt durch seine fundmentalen Beiträge zur klassischen Mechanik. Beide Aspekte gehören untrennbar zusammen. Die Geschichte dieses Faches, namentlich auch in der Elementarmathematik, unterstreicht eindrucksvoll, dass die Erfolge bei praktischen Anwendungen eng mit ihren Erfolgen in der Theorieentwicklung zusammenhängen. Der englische Mathematiker Whitehead hat dies prägnant formuliert (Whitehead 1911, 100):

> „Es ist überhaupt nicht paradox, dass wir in unserer zutiefst theoretischen Ausrichtung [der Mathematik] den praktischen Anwendungen am nächsten sind."

Dass die Denkerziehung im Unterricht, sofern sie an *anwendbare* Mathematik gekoppelt ist, keineswegs von den Anwendungen der Mathematik wegführt, sondern ihnen *ganz im Gegenteil* langfristig zugutekommt, wird durch eine interessante Beobachtung des großen Chemikers Justus von Liebig (1803 – 1873) untermauert. Zu seiner Zeit gab es viele humanistische Gymnasien, in denen die Naturwissenschaften nur eine marginale Rolle spielten und der Mathematikunterricht entsprechend den Vorstellungen des Reformers Wilhelm von Humboldt vorwiegend auf die Denkerziehung ausgerichtet war. Von Liebig stellte fest:

> Ich habe häufig gefunden, dass Studierende, die von guten humanistischen Gymnasien kommen, sehr bald die von Gewerbe- und polytechnischen Schulen auch in den Naturwissenschaften weit hinter sich zurücklassen, selbst wenn die letzteren anfänglich im Wissen gegen die anderen wie Riesen gegen Zwerge waren.

Die Denkerziehung in den klassischen Gebieten der Mathematik ist die intelligente Form von Anwendungsorientierung. Sie zielt *mittelbar* und damit umso effektiver auf Anwendungen und ist der heute vorherrschenden primitiven Form von *unmittelbarer* Anwendungsorientierung weit überlegen. Diese Tatsache scheint heute in der Bildungspolitik vergessen.

Leider fehlt es in Deutschland heute anders als in der Zeit der „Mengenlehre" an klärenden Stimmen aus der Mathematik. 1973 hat die Deutsche Mathematikervereinigung (DMV) noch eine kritische Stellungnahme zur „Mengenlehre" abgegeben (abgedruckt in Wittmann & Müller 1981, S. 165). Eine entsprechende Stellungnahme der DMV zur „Kompetenzorientierung" sucht man leider vergeblich, im Gegenteil: Es gibt nicht wenige Mitglieder der DMV, die den Schulterschluss mit Vertreterinnen und Vertretern der „Kompetenzorientierung" innerhalb der Mathematikdidaktik suchen.

5. Der Weg zu solider mathematischer Bildung

Die Mathematik hat sich in einem geschichtlichen Prozess organisch entwickelt. Ihre Grundpfeiler sind die Arithmetik und die Elementargeometrie, aus denen sich später andere Bereiche der Elementarmathematik (Algebra, Analysis, Stochastik) herausgebildet haben. Als Grundlage für einen Unterricht, der das Fach authentisch widerspiegelt, kommen daher weder die „Mengenlehre" noch Listen von „Kompetenzen", sondern nur die elementaren Strukturen der Mathematik selbst infrage.

Ausgehend von der Arithmetik und der Elementargeometrie müssen *fachlich aufbauende Curricula* entwickelt werden, in denen Inhalte schülerorientiert *in Sinnzusammenhängen* entwickelt und die Struktur- und die Anwendungsorientierung in eine fruchtbare Beziehung gesetzt werden.

Repräsentativ für eine solche Entwicklungsforschung sind z. B. das Buch ATM (1967) und das Werk von Heinrich Winter.[10] Der unter Winters Federführung entstandene Grundschullehrplan von 1985 zeichnete sich durch drei besondere Prinzipien aus:

- Das *entdeckende Lernen* unter Nutzung der Eigenaktivität der Lernenden wurde als oberstes Unterrichtsprinzip gesetzt.
- Neben die *Anwendungsorientierung* trat die *Strukturorientierung*.
- Die inhaltlichen Lernziele wurden ergänzt durch die *allgemeinen Lernziele* „Mathematisieren, Explorieren, Argumentieren und Formulieren", die Grundprozesse des mathematischen Arbeitens auf allen Stufen widerspiegeln und zu inhaltlichen Lernzielen in enger Beziehung stehen (Winter 1975/2012).

Weshalb diese drei Prinzipien, die stufenübergreifende Bedeutung haben, nicht als Vorbild für die Entwicklung von Lehrplänen für andere Stufen genommen und die gesamte Unterrichtsentwicklung nicht in diese Richtung gelenkt wurde, ist im Rückblick unverständlich. Vermutlich wurde diese Chance vertan, weil die Bildungspolitik sich zu sehr an den USA orientiert hat und den Einflüsterungen der Bildungsforschung verfallen ist.

Durch fachlich aufbauende, schülerorientierte Curricula, die auf die beiden Grundpfeiler der Mathematik, Arithmetik und Geometrie, aufbauen, kann für eine Sicherung der *Grundkenntnisse* in steter Wiederholung gesorgt werden, was für die Konsolidierung des Wissens unerlässlich ist. „Fachlich aufbauend" impliziert, dass für neuen Stoff vorher stets tragfähige Voraus-

[10] Heinrich Winter verdankt der Autor 1970 den Hinweis auf die deutsche Übersetzung von ATM (1967).

setzungen vorliegen. Wenn die Schülerinnen und Schüler dazu noch lernen, diese Grundkenntnisse bei der Erforschung innermathematischer und realer Situationen intelligent anzuwenden, sich dabei im Denken üben („zur Ehre des menschlichen Geistes"!) und die Schönheit der Mathematik[11] erfahren, sind die besten Voraussetzungen für eine *solide mathematische Bildung* geschaffen, die den Namen wirklich verdient. Sowohl für eine berufliche Erstausbildung als auch für ein Studium würden auf diese Weise die besten Voraussetzungen geschaffen. Für alle Beteiligten wären solche Curricula ein Segen.

Namentlich in der Mathematik lassen sich die Lernziele sehr genau definieren. Die Behauptung der Bildungsforscher, erst durch die „Kompetenzorientierung" ließen sich Ziele präzise formulieren, ist völlig aus der Luft gegriffen und zeugt von fachlichem Unverstand.

Bei der „Kompetenzorientierung" wird auch unterstellt, dass eine einmal erreichte und „gemessene" „Kompetenz" Bestand habe. Dass man Wissen auch wieder vergessen kann, kommt in den „Kompetenzmodellen" nicht vor. Bei fachlich aufbauenden Curricula hingegen wird, wie oben angemerkt, systematisch für stetige Wiederholung gesorgt. Das ist ein ganz entscheidender Pluspunkt.

Die angemessene Form der Qualitätssicherung ist bei fachlich aufbauendem Lernen die *systemische Qualitätssicherung*, die der große amerikanische Mathematikdidaktiker Howard Fehr vor 60 Jahren mit bestechender Präzision beschrieben hat (Fehr 1955):

> „Während des Unterrichts müssen die Überlegungen der Kinder ständig beobachtet und bewertet werden. Schriftliche Tests reichen hierfür nicht aus. Häufige mündliche Erklärungen bilden eine bessere Grundlage um das Verständnis zu überprüfen. Aber im Hinblick auf den Lernprozess ist es noch wichtiger, dass die Kinder aus eigenem Antrieb und unter Führung der Lehrkraft ihren Lernfortschritt ständig selbst einschätzen, ihre eigenen Stärken und Schwächen erkennen und durch aus dem Unterricht erwachsene Tests erkennen, wo sie stehen und selbst die Hilfe anfordern, die sie benötigen. Wir müssen die Kinder mehr und mehr dazu bringen, selbst Verantwortung für ihre Lernfortschritte zu übernehmen. Das ist ein seit langem vernachlässigtes Ziel des Schulunterrichts."

In diese Richtung sollte die Bildungsadministration in Kooperation mit der konstruktiven Entwicklungsforschung und der Lehrerschaft tätig werden.

---

[11] Der Schriftsteller Botho Strauß antwortete in einem Interview auf die generelle Frage, was ihm heutzutage fehle, trocken: „Die Schönheit".

Um zu überprüfen und sicherzustellen, dass das Einspluseins, das Einmaleins, das halbschriftliche Rechnen und die schriftlichen Verfahren wirklich gelernt werden, bedarf es keiner Bildungsforschung. Das können die Schulen am besten selbst in Verbindung mit einer regionalen Schulaufsicht leisten, wie sie sich in der Vergangenheit bewährt hat.

Die Bildungsministerien sollten aber nicht nur Lehrpläne erlassen, die stufenübergreifend das fachlich aufbauende Lernen fördern und die Lehrerinnen und Lehrer von unsinnigen „Kompetenz"-Dokumentationen befreien, sondern auch zu Formen der Schulorganisation zurückkehren, die es den Lehrerinnen und Lehrern erlauben, ihre Kräfte in allererster Linie für die fachliche Förderung der Schülerinnen und Schüler in einem angenehmen schulischen Klima einzusetzen. Das ist heute vielerorts nicht mehr der Fall.

Nachtrag

Aufgrund der oben beschriebenen Erfahrungen mit der Bildungspolitik erscheint es durchaus angebracht, dem positiven Vorschlag am Ende des Beitrags eine negative Perspektive gegenüberzustellen: Es wäre nicht verwunderlich, wenn sich statt einer Konsolidierung eine weitere Fehlentwicklung nach den oben beschriebenen Mustern ergeben würde. Man braucht nicht lange zu rätseln, ein Kandidat steht schon bereit: *die Digitalisierung.*

In den Mathematikunterricht haben digitale Medien längst Einzug gehalten. Es wäre daher das Vernünftigste, diese Entwicklung ohne Reformhysterie intelligent, ruhig und stetig zu unterstützen und damit *solide schulische Voraussetzungen* für die Digitalisierung in Wirtschaft und Gesellschaft zu schaffen. Aber dazu werden den Reformern Einsicht und Geduld fehlen. Aus der Industrie kommt massiver Druck zu einer beschleunigten Digitalisierung in den Schulen. Erneut wird suggeriert, die Wettbewerbsfähigkeit der Wirtschaft stehe auf dem Spiel. Das Reformfieber breitet sich in den Ministerien bereits aus. Wie bei der „Mengenlehre" muss mit einem Totalprogramm beginnend in der Grundschule, wenn nicht schon im Kindergarten, gerechnet werden. Wie bei der „Mengenlehre" wird bereits die Forderung nach Digitalisierungskursen nicht nur für Lehrerinnen und Lehrer, sondern auch für Eltern erhoben. Natürlich stehen auch Didaktiker und Pädagogen schon Gewehr bei Fuß, denen bei den zu erwartenden Fördermitteln das Wasser im Munde zusammenläuft. Die erwarteten positiven Wirkungen der Digitalisierung werden von den Protagonisten wie gewohnt in rosa-roten Farben gemalt, negative Folgen nicht bedacht. Kritiker werden bestimmt wieder als Ewiggestrige übergangen werden. Dass eine blind durchgedrückte Digitalisierung die mathematischen Fähigkeiten und die anderen Kulturtechniken nicht fördern, sondern noch mehr untergraben, und dass ein rigides Digitalisierungsprogramm im Bildungswesen der Wirtschaft mehr schaden als nützen könnte, wird den Protagonisten erneut nicht in den Sinn kommen.

Literatur

Ahlfors, L. et al. (1962): On the Mathematics Curriculum of the High School. *American Mathematical Monthly* 69, No.3, 189 – 193

Association of Teachers of Mathematics (ATM) (1967): Notes on Mathematics in Primary Schools, Cambridge: CUP (dt. Modelle für den Mathematikunterricht der Grundschule. Stuttgart: Klett 1970)

Bandelt, H.J. (2015): Modellbildung versus Modellisieren und Scheinmodellierung. Mitteilungen der GDM 99, 6 - 18

Blechman, I.I, Myskis, A.D. & Panovko, Ja. G. (1984). Angewandte Mathematik. Gegenstand, Logik, Besonderheiten. Berlin: VEG DVW

Blum, W. et al. (Hg.) (2006): Bildungsstandards konkret. Sekundarstufe: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelsen Scriptor

Bourbaki, N.: Die Architektur der Mathematik. In: Otte, M. (Hg.), Mathematiker über Mathematik. Heidelberg/Berlin/New York: Springer 1974, 140 - 159

Damerow. P. (1977): Die Reform des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe I. Fallstudie zum Einfluss gesellschaftlicher Rahmenbedingungen auf den Prozeß der Curriculum-Reform. Stuttgart: Klett-Cotta

Dieudonné, J. (1961): New Thinking in Schoolmathematics. In: OECD: New Thinking in Schoolmathematics. Paris: OECD, 31 - 45

EDK 2014): Lehrplan 21. http://v-ef.lehrplan.ch/index.php?code=b|5|0&la=yes

Fehr, H. (1955): A philosophy of arithmetic instruction. The Arithmetic Teacher 2, No. 2, 27 - 32

Freudenthal,H. (1963): Was ist Axiomatik und welchen Bildungswert kann sie haben? Der Mathematikunterricht, H. 4, S. 5–29

Freudenthal, H. (1974): Lernzielfindung im Mathematikunterricht. *Zeitschrift für Pädagogik* 20, 719 - 738

Gagné, R.M. (1973): Bedingungen des menschlichen Lernens. Hannover: Schroedel

Görke, L. (1967): Mengen, Relationen, Funktionen. Volk und Wissen

Griesel, H. (1971 – 1974): Neue Mathematik für Lehrer und Studenten. Hannover: Schroedel

Hamann, T. (2011): „Macht Mengenlehre krank?“ – Die Neue Mathematik in der Schule. Beiträge zum Mathematikunterricht 2011.

Hilbert, D.: Grundlagen der Geometrie. Leipzig: Teubner 1899

Kaenders, R. & Weiss, Y. (2017): Mathematische Schneeschmelze. Mitteilungen der Deutschen Mathematikervereinigung, 23, H. 2, 82 – 89

Kühnel, W. (2015): Modellierungskompetenz und Problemlösekompetenz im Hamburger Zentralabitur. *Math. Semesterberichte* 62/H.1, 69 – 82

Lafforgue, L. (2007): Les savants et l'école. In: Lafforgue, L. & Lurçat, L. (Hg.): *La débâcle de l'école. Une tragédie incomprise.* Paris: F.X. Guibert 2007, chapitre X, 177 – 201 (Deutsche Übersetzung www.Mathe2000.de/Downloads).

Liessmann, K.P. (2014): Geisterstunde. Die Praxis der Unbildung. Wien: Zsolnay

National Council of Techers of Mathematics (NCTM) (2000): Principles and Standards of Schoolmathematics. Reston.,Va

OECD (2000): Definition und Auswahl von Schlüsselkompetenzen. https://www.oecd.org/pisa/35693281.pdf

Osserman, R.(1983): The Fall and Rise of Geometry. In: Zweng et al. (eds.): Proceedings of ICME 4.Boston/Basel/Stuttgart: Birkhäuser, 167 -171

Sawyer, W.W. (1955): A Prelude to Mathemtics. Harmondsworth: Pelican Books

Schoene, H. (Hg.) (1963): Synopsis für moderne Schulmathematik. Frankfurt: Diesterweg

Schupp, H. (2016): Gedanken zum „Stoff" und zur „Stoffdidaktik" sowie zu ihrer Bedeutung für die Qualität des Mathematikunterrichts. Mathematkische Semesterberichte Jg. 63, 69 – 72

Sill, H.-D. (2008): PISA und die Bildungsstandards. In: Jahnke, Th. (Hg.)(2008): PISA & Co. Kritik eines Programms. Hildesheim: Franzbecker, S. 391–431.

Stewart, I. (1995): Bye bye Bourbaki, Paradigm Shifts in Mathematics. The Mathematical Gazette, 79, No. 486, 496 - 498

Thom, R. (1973): Modern Mathematics: does it exist? In: Howson, A.G. (ed.): *Developments in Mathematical Education.* Proc. ICME 2, Cambridge: CUP,194 -209

Thurston, W. (1994): On Proof and Progress in Mathematics. Bulletin of the American Mathematical Society 30, No.2, 161 - 177

Türcke, Ch. (2016), zit. nach Süddeutsche Zeitung vom 10.02.2016

Winter, H. (1975): Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht. *ZDM* 7, 106 - 116. Nachdruck in: Müller, G.N., Selter, Ch. & Wittmann, E.Ch. (Hg.)(2012): *Zahlen, Muster und Strukturen. Spielräume für aktives Lernen und Üben.* Stuttgart: Klett, 41 – 60

Winter, H. (1997): Mathematik als Schule der Anschauung oder: Allgemeinbildung im Mathematikunterricht des Gymnasiums. In: Biehler, R. & Jahnke, H.N. (Hg.): Mathematische Allgemeinbildung in der Kontroverse. IDM Bielefeld. Occasional Paper 163, 27 - 68

Winter, H. (2015): Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik. Wiesbaden: Springer Spektrum

Wittenberg, A.I. (1963): Bildung und Mathematik. Stuttgart: Klett-Cotta

Wittmann, E.Ch. (1974): *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. Braunschweig/Wiesebaden: Vieweg

Wittmann, E.Ch. (2014): Von allen guten Geistern verlassen. Fehlentwicklungen der Bildungspolitik am Beispiel Mathematik. *Profil* 6/2014, 20 - 30

Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. (1981): Der Mathematikunterricht in der Primarstufe: Ziele, Prinzipien, Inhalte, Beispiele. Wiesbaden: Vieweg