

Der Fall des Ergänzungsverfahrens der Subtraktion – eine Chronik

Erich Ch. Wittmann

Bis 1957 waren in Deutschland zwei Verfahren der schriftlichen Subtraktion im Gebrauch: im Norden der Republik überwiegend das „norddeutsche Verfahren“, auch Abziehverfahren genannt, im Süden überwiegend das „süddeutsche Verfahren“, das Ergänzungsverfahren. Da in dieser Zeit des wirtschaftlichen Aufbruchs viele Familien umziehen mussten, sah sich die deutsche Kultusministerkonferenz (KMK) 1957 genötigt, eine einheitliche Regelung zu treffen. Die Entscheidung fiel zugunsten des Ergänzungsverfahrens, für das sich bereits Adam Ries in seinem berühmten Rechenbuch von 1522 entschieden hatte. Für diese Entscheidung gab es gute Gründe:

Das Ergänzungsverfahren ist das mathematisch gesehen einfachere und leistungsfähigere Verfahren. Die damals aktiven Rechendidaktiker (unter ihnen Walter Breidenbach, Arnold Fricke, Wilhelm Oehl) waren gute Elementarmathematiker und sahen diesen Vorteil. Über vier Jahrzehnte war das Ergänzungsverfahren in Deutschland unbestritten. Niemand fragte nach dem Abziehverfahren. Wie kam es, dass es wieder aus der Versenkung geholt wurde? Das geschah auf dem „kleinen Kameradenweg“, wie im Folgenden beschrieben werden soll.

1. Akt:

1995 fand eine Tagung des Arbeitskreises Grundschule der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik statt, an der auch die Mathematikdidaktiker A, B und C teilnahmen. Bei diesem Treffen verschwiegen A und B, dass sie (unverlangt!) einen Entwurf für einen neuen Rahmenlehrplan an die KMK gesandt hatten, in dem u.A. das Abziehverfahren als „einfacheres“ Verfahren der schriftlichen Subtraktion empfohlen wurde. 1996 tagte der Arbeitskreis Grundschule erneut. Dort teilten A und B mit, dass es einen „Erlass“ des nordrhein-westfälischen Kultusministeriums gäbe, in dem das Verfahren der schriftlichen Subtraktion „freigegeben“ worden sei. Der Arbeitskreis sollte dazu seine Zustimmung erteilen, obwohl dieser Punkt nicht auf der Tagesordnung der Sitzung stand. Ein Jahr vorher hielten es A und B nicht für nötig den Arbeitskreis einzuschalten, obwohl das bei einer solcher Frage eine Selbstverständlichkeit hätte sein sollen. Dieser „Erlass“ dürfte mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit folgendermaßen zustande gekommen sein: Im Arbeitskreis Grundschule wirkte der Schulrat D mit, der mit A und B in engem Austausch stand und den im nordrhein-westfälischen Kultusministerium für die Grundschule zuständigen Ministerialrat E aus der gemeinsamen Zeit in der Schulaufsicht sehr gut kannte. D dürfte E angeregt haben, ein Schreiben an B zu verfassen, in dem für das Abziehverfahren irgendeine Art Rückendeckung gegeben wurde. B hat dieses Schreiben als „Erlass“ deklariert.

2. Akt:

Als der Didaktiker C, der 1996 nicht an dem Treffen des Arbeitskreises Grundschule teilnehmen konnte, von dem angeblichen „Erlass“ zugunsten des Abziehverfahrens hörte, fragte er in Düsseldorf telefonisch nach. Der zuständige Ministerialrat E war nicht erreichbar. Seine Mitarbeiterin bestritt die Existenz eines „Erlasses“ und begründete dies damit, dass Änderungen eines Lehrplans gar nicht auf dem Erlassweg vorgenommen werden könnten. Allenfalls bei einer Lehrplanreform sei dies möglich.

3. Akt:

Nichtsdestoweniger zogen die Didaktiker A und B weiter durch die Lande und warben für das Abziehverfahren. Sie bezogen sich dabei immer wieder auf den „Erlass“ und nutzten ihn auch, um auf

Ministerien anderer Bundesländer einzuwirken. Zeitgleich erschienen in Lehrerzeitschriften Artikel von A und B, in denen psychologische und empirische Argumente für die Überlegenheit des Abziehverfahrens angeführt wurden. Unter den Mathematikdidaktikern bildeten sich zwei Lager: die psychologisch-pädagogisch verankerten Didaktiker, zu denen A und B gehörten, sprachen sich für das Abziehverfahren aus, die in der Mathematik verankerten Didaktiker, zu denen C gehörte, hielten am Ergänzungsverfahren fest. Der Didaktiker B wurde mehrfach gebeten, den „Erlass“ vorzulegen. Er verneinte dies mit dem Hinweis, dazu keine Zustimmung des Kultusministeriums zu haben. Ein „Erlass“, der nur für einen einzigen Menschen bestimmt ist: ein Unikum.

4. Akt:

Die nordrhein-westfälische Fachleiterin F fasste sich schließlich ein Herz, wandte sich direkt an das Ministerium und bat um Aufklärung. Sie wurde auf den Dienstweg verwiesen. Auf eine andere Nachfrage vom Studienseminar Detmold bestätigte das Ministerium 2001 in einem Schreiben ausdrücklich den gültigen Lehrplan und erklärte das frühere Schreiben („Erlass“) als „Missverständnis“. Die Situation wurde für das Ministerium immer unangenehmer, insbesondere da C öffentliche Aufklärung forderte. Um die Situation zu beruhigen, wurden B, C, D und der Mathematikdidaktiker G vom Nachfolger H des Ministerialrats E zu einer Sitzung eingeladen, in der über die „Freigabe des Verfahrens“ ein Konsens erzielt werden sollte. C und G sahen sich dazu aber nicht in der Lage.

5. Akt:

Inzwischen stand auch in Bayern eine Lehrplanreform an. Fachberater wurde der bayerische Didaktiker I, der zum psychologischen Lager gehörte. Dennoch war es eine faustdicke Überraschung, dass in dem neuen Lehrplan von 2000 das Abziehverfahren, das ehemals „norddeutsche Verfahren“, vorgeschrieben wurde. Immerhin wurde das "süddeutsche" Ergänzungsverfahren nicht ganz ausgeschlossen. Der Lehrplan enthielt sogar eine Vorschrift, wie es zu notieren sei.

6. Akt:

In Nordrhein-Westfalen wurde 2001 unter dem Vorsitz von D eine Lehrplankommission eingesetzt. Im Lehrplan von 2004 wurde das Verfahren der schriftlichen Subtraktion freigegeben.

7. Akt

In den folgenden Jahren bestand die Hoffnung, dass sich Bayern bei der Lehrplanreform auf seine Tradition besinnen und zum Ergänzungsverfahren zurückkehren würde. Einige Mathematiker und der Vorstand der bayerischen Gymnasiallehrer empfahlen dies dem Kultusministerium dringend. Die Befürworter des Verfahrens in der bayerischen Grundschulszene in der Lehrplankommission, an ihrer Spitze die Didaktikerin J, ebenfalls der psychologischen Richtung angehörend, setzten aber durch, dass das Abziehverfahren verbindlich vorgeschrieben wurde.

Die im bayerischen Lehrplan PLUS von 2014 vorgegebene abgekürzte Notation und Sprechweise hat ihren besonderen Reiz: Sie sieht vor, dass von 0 Einheiten einer Stelle 1 Einheit weggenommen und in 10 Einheiten der darunter liegenden Stelle verwandelt wird. Auf einem Video verrät die Didaktikerin K, dass sie das Verfahren mit Systemblöcken erklären kann. Wie sie das macht, ist auf dem Video leider nicht zu sehen. Vielleicht erfahren wir es im nächsten Harry-Potter-Film.

Wie könnte es weitergehen?

In der neuen Generation der Mathematikdidaktik wird der Disput um das Abzieh- und Ergänzungsverfahren der schriftlichen Subtraktion für obsolet gehalten und zunehmend für die generelle Streichung der schriftlichen Verfahren aus den Lehrplänen plädiert. Als Begründung wird angegeben, dass diese Verfahren im täglichen und beruflichen Leben nicht mehr benötigt werden, weil ja Computer das Rechnen übernommen hätten. Mit diesem Argument kann man aber auch begründen, dass man im Zeitalter leistungsfähiger CAS-Systeme keine Algebra mehr lernen muss. Auch das Einmaleins muss man dann nicht mehr können. Um zu wissen, wie viel „viermal fünf“ ist, braucht man ja nur Alexa zu fragen.

In der Mathematikdidaktik war es seit Jahrhunderten unbestritten, dass es im Mathematikunterricht um *Denkerziehung* geht. In diesem Rahmen spielten die schriftlichen Verfahren neben ihrem praktischen Nutzen eine zentrale Rolle bei der mathematischen Durchdringung des Zehnersystems, einer der wichtigsten mathematischen Strukturen überhaupt, die bis zur Analysis reicht. Heute haben die schriftlichen Verfahren neue Bedeutung als Musterbeispiele von Algorithmen.

Die Rückbesinnung auf die *strukturelle Bedeutung* der Mathematik, mit der der Unterricht steht und fällt, muss also bei den schriftlichen Verfahren beginnen und müsste, wenn es wieder mit rechten Dingen zugeht, zu der Einsicht führen, dass das Ergänzungsverfahren das strukturell überlegene Verfahren ist.

Frühjahr 2015