

Fördern und Diagnose mit dem Blitzrechnenkurs

25. Symposium Mathe 2000+

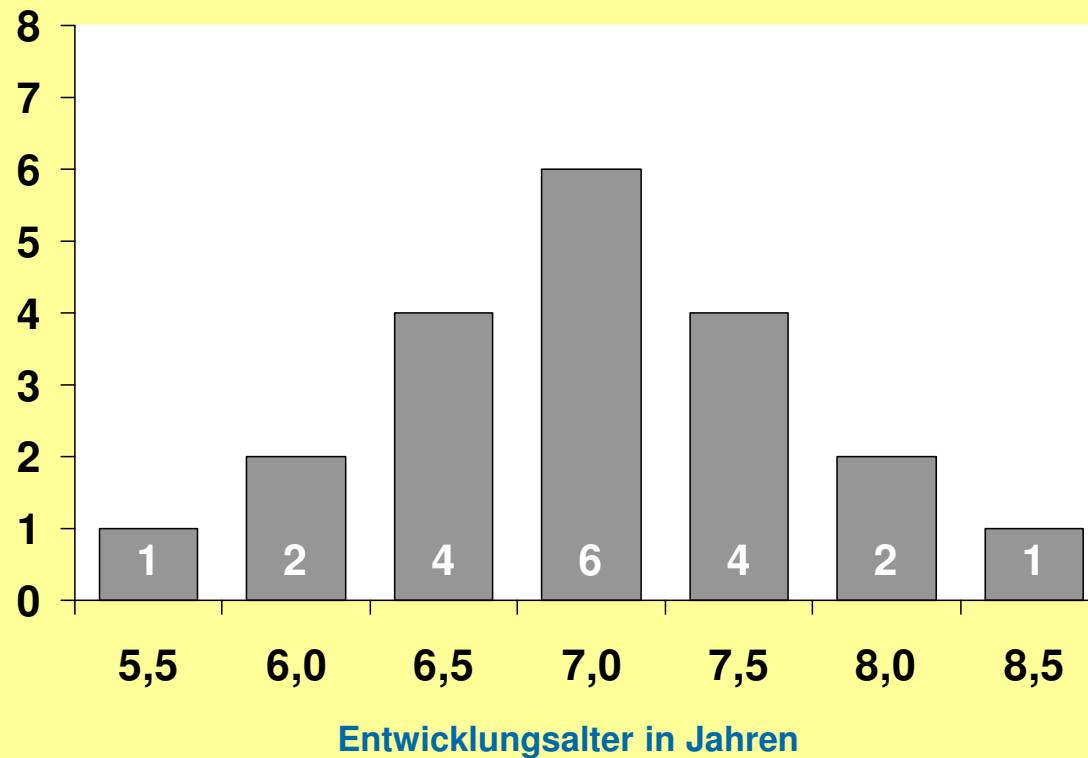
TU Dortmund

25.04.2015

Referent: Günther Röpert

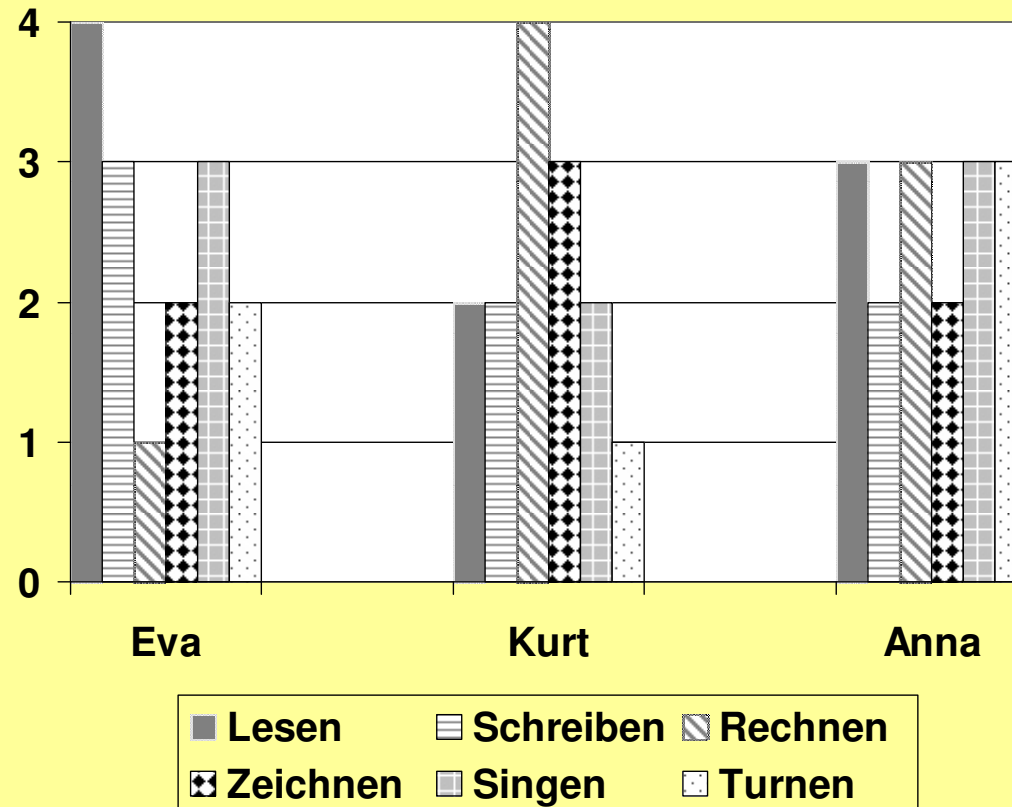


Entwicklungsstand siebenjähriger Kinder



*Variabilität des Entwicklungsstandes in einer Gruppe von 20 siebenjährigen Kindern.
(Remo H. Largo: Kinderjahre, Piper Verlag 2009)*

Schulleistungen bei drei achtjährigen Kindern



Intraindividuelle Variabilität der Schulleistungen bei drei achtjährigen Kindern

(Remo H. Largo: Kinderjahre, Piper Verlag 2009)

Die dreistufige Struktur des Zahlenbuches

2. Automatisierende Übungen

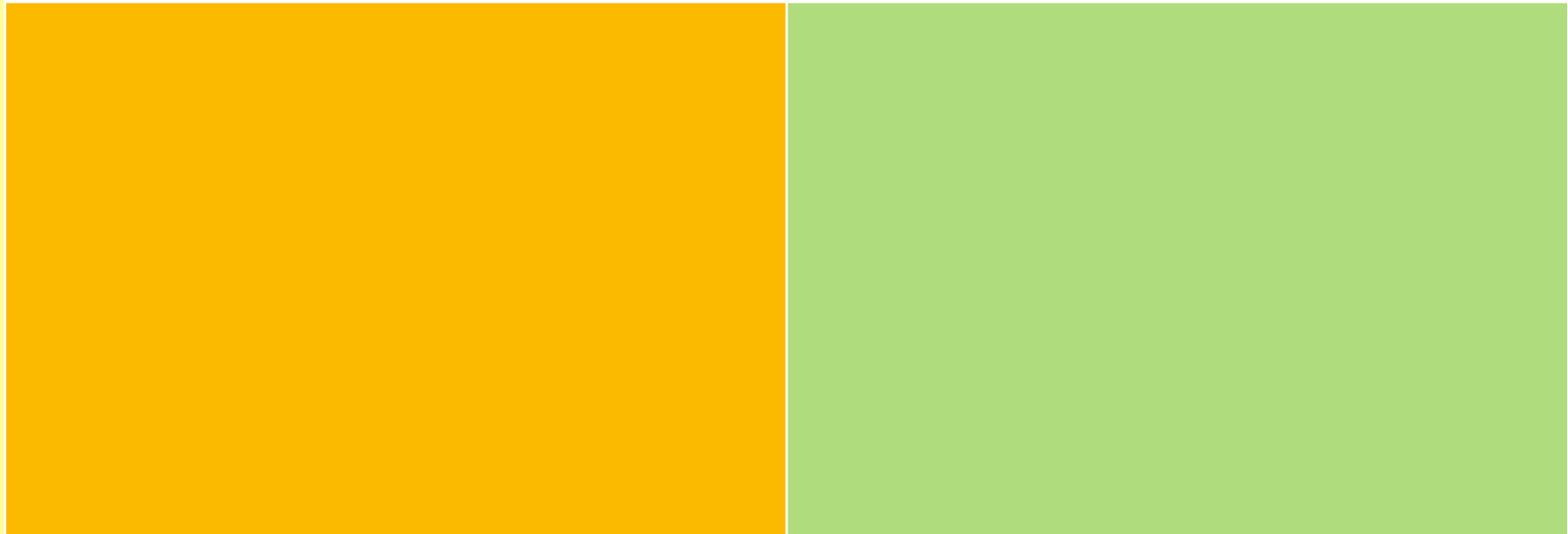
3. Produktive Übungen (Anwenden)

Allgemeine mathematische Kompetenzen

- Problemlösen
- Kommunizieren
- Darstellen
- Argumentieren
- Modellieren

1. Grundlegende Übungen

Die dreistufige Struktur des Zahlenbuches



1. Grundlegende Übungen

- auf **Verständnis** ausgerichtete Übungen – Rechenwege (Qualität statt Quantität)
- diese Aufgaben sind für alle Kinder in gleicher Weise verbindlich

Der Blitzrechnenkurs als Förderkurs

Grundlegungsphase

- Konkretes Handeln an Arbeitsmitteln
- Bildliche Darstellungen
- Beziehungen zwischen den Aufgaben
- Schaffen von **Verständnis**

Rechenschwächen haben ihre Ursachen immer in mangelndem Verständnis.

Daher ist der Blitzrechnenkurs von der Natur her ein **Förderkurs**.
Mit ihm kann man an den Wurzeln der Rechenschwäche ansetzen.

Die dreistufige Struktur des Zahlenbuches

2. Automatisierende Übungen

- diese Übungsphase zur Automatisierung der Grundaufgaben darf erst einsetzen, wenn die Aufgaben von den Kindern wirklich verstanden wurden
- Grundlage für den Transfer zu schwierigen Aufgaben oder neuen Lerninhalten
- diese Aufgaben sind für alle Kinder in gleicher Weise verbindlich

1. Grundlegende Übungen

- auf **Verständnis** ausgerichtete Übungen – Rechenwege (Qualität statt Quantität)
- diese Aufgaben sind für alle Kinder in gleicher Weise verbindlich

Leitfaden für Diagnose und Förderung

(7 Themenstränge)

Rechnen bis 20	Rechnen bis 100	Rechnen bis 1 000	Rechnen bis 1 000 000
Wie viele?	Wie viele? / Welche Zahl?	Einmaleins auch umgekehrt	Zahlen zeigen und nennen
Zahlenreihe	Zählen in Schritten	Verdoppeln / Halbieren im Hunderter	Ergänzen bis 1 Million
Kraft der Fünf	Ergänzen zum Zehner	Wie viele? / Welche Zahl?	Stufenzahlen teilen
Zerlegen	Ergänzen bis 100	Zählen in Schritten	Subtraktion von Stufenzahlen
Ergänzen bis 10/20	100 teilen	Ergänzen bis 1 000	Zahlen lesen und schreiben
Verdoppeln	Verdoppeln / Halbieren	1 000 teilen	Zählen in Schritten
Einspluseins	Einfache Plusaufgaben	Verdoppeln / Halbieren im Tausender	Verdoppeln / Halbieren im Millionraum
Einsminuseins	Einfache Minusaufgaben	Einfache Plus- und Minusaufgaben	Einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben
Halbieren	Zerlegen	Mal 10 / durch 10	Stelleneinmaleins
Zählen in Schritten / Mini-Einmaleins	Einmaleins	Zehnerinmaleins auch umgekehrt	Einfache Multiplikations- und Divisionsaufgaben

Leitfaden für Diagnose und Förderung

(7 Themenstränge)

Wie viele? Welche Zahl? Zahlen zeigen, nennen und lesen

Zahlenreihe / Zählen in Schritten

Zerlegen (additiv und multiplikativ)

Ergänzen

Verdoppeln / Halbieren

Einfache Plus- und Minusaufgaben

Einmaleins und Umkehrung

Der Blitzrechnenkurs als Diagnoseinstrument

Bei Schwierigkeiten

- Einfachere Aufgaben dienen als Stütze für schwierigere Aufgaben.
- **Arbeitsmittel** heranziehen.
- Zu einer vorangehenden Übung zurückkehren, deren Beherrschung Voraussetzung für die jeweilige Übung ist.

Wenn Kinder Übungen gut können

- Aufgaben des folgenden Schuljahres (*Zone der nächsten Entwicklung*).

Leitfaden für Diagnose und Förderung

(7 Themenstränge)

Rechnen bis 20	Rechnen bis 100	Rechnen bis 1 000	Rechnen bis 1 000 000
Wie viele?	Wie viele? / Welche Zahl?	Einmaleins auch umgekehrt	Zahlen zeigen und nennen
Zahlenreihe	Zählen in Schritten	Verdoppeln / Halbieren im Hunderter	Ergänzen bis 1 Million
Kraft der Fünf	Ergänzen zum Zehner	Wie viele? / Welche Zahl?	Stufenzahlen teilen
Zerlegen	Ergänzen bis 100	Zählen in Schritten	Subtraktion von Stufenzahlen
Ergänzen bis 10/20	100 teilen	Ergänzen bis 1 000	Zahlen lesen und schreiben
Verdoppeln	Verdoppeln / Halbieren	1 000 teilen	Zählen in Schritten
Einspluseins	Einfache Plusaufgaben	Verdoppeln / Halbieren im Tausender	Verdoppeln / Halbieren im Millionraum
Einsminuseins	Einfache Minusaufgaben	Einfache Plus- und Minusaufgaben	Einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben
Halbieren	Zerlegen	Mal 10 / durch 10	Stelleneinmaleins
Zählen in Schritten / Mini-Einmaleins	Einmaleins	Zehnerinmaleins auch umgekehrt	Einfache Multiplikations- und Divisionsaufgaben

10 Goldene Regeln

1. Den Leitfaden nutzen
2. Die Kinder zum Sprechen bringen und ihnen zuhören
3. Qualität vor Quantität
4. Den Umfang jeder Übungseinheit richtig dosieren
5. Fortschritte würdigen und die Geduld bewahren
6. Vom Handeln mit Material zum Kopfrechnen und bei Bedarf zurück
7. Schriftliche Notationen nutzen
8. Vom Einfachen zum Schwierigen
9. Früheres Wissen immer mitüben
10. Aufgaben **operativ** verändern

2. Die Kinder zum sprechen bringen

- *„Wie hast du gerechnet?“*
- *„Das verstehe ich jetzt nicht. Kannst du mir mal erklären, wie du überlegt hast?“*
- *„Welche Aufgabe könnte helfen?“*
- *„Lege die Aufgabe mal am Zwanzigerfeld!“*
- *„Sag mir mal Plusaufgaben, die du schon kannst!“*
- *„Schreib das mal auf!“ ...*

10. Aufgaben **operativ** verändern

Beispiele:

1. „Ergänzen bis 10“

An die leichte Zerlegung

$5 + ? = 10$ kann man die Zerlegung

$6 + ? = 10$ anschließen.

10. Aufgaben operativ verändern

Beispiele:

5. „Ergänzen zum nächsten Zehner“

$$23 + ? = 30$$

$$33 + ? = 40$$

$$43 + ? = 50$$

$$53 + ? = 60$$

Zahlenraum bis 20

Aufgabe 1)

Sie beobachten eine Schülerin, die Ende des zweiten Schuljahres ihre Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 immer noch zählend löst.

Diagnostik?

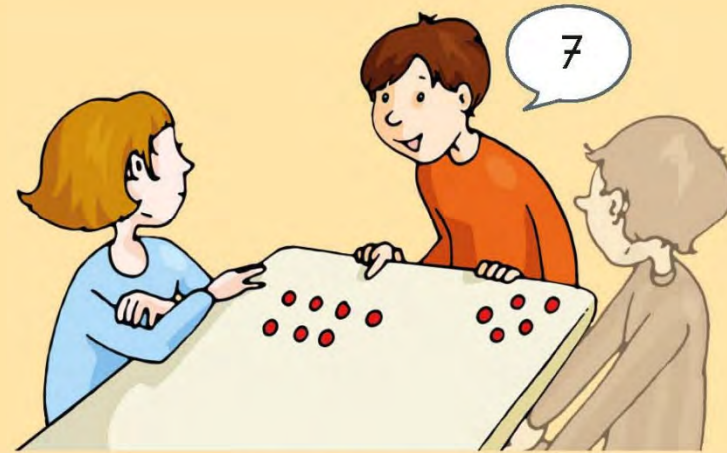
Förderung?

Wie viele?

⚡ Blitzrechnen: Wie viele?



Anzahl legen.



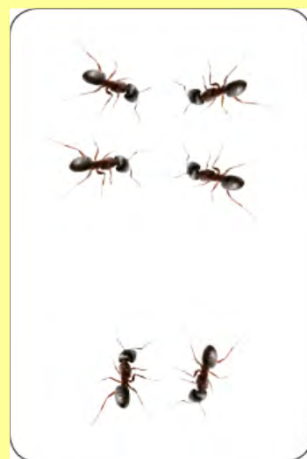
Anzahl nennen.

Wie viele?

Statt Mengen durch bloßes Zählen zu bestimmen, wird die Menge in überschaubare Teile gegliedert („*strukturiert*“).

Wir sprechen von der strukturierten Anzahlerfassung oder vom „*rechnenden Zählen*.“

Anzahlerfassung. Wie viele?



Was fällt Ihnen auf?

2 Am Zwanzigerfeld kann man alle Zahlen von 1 bis 20 legen.
Lege geschickt.



..... Plättchen.



..... Plättchen.



..... Plättchen.

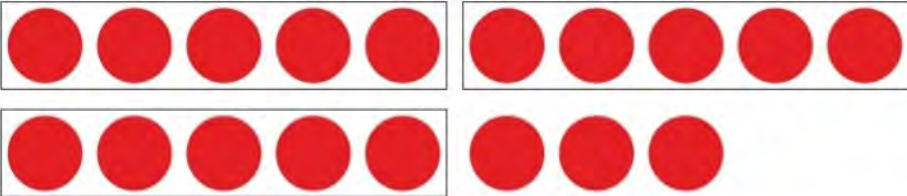
Kraft der Fünf

Das Rechnen im Zehnersystem wird durch die Beziehungen der **Zahl 5** (= halber Zehner) zu anderen Zahlen entscheidend erleichtert.

Ein nützlicher Nebeneffekt der Übung ist die weitere Gliederung und Durchdringung des Zwanzigerraumes.

Kraft der Fünf

Beispiel:



18 = 3 Fünfer und 3 Einer
(3 Fünfer plus 3) oder
1 Zehner und 1 Fünfer und 3

Kraft der Fünf

 **Blitzrechnen: Kraft der Fünf**



Zahlseite einer Wendekarte zeigen.



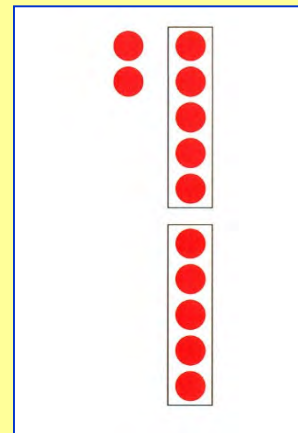
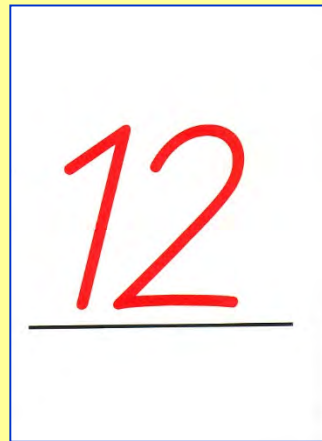
Anzahl der Fünfer und Einer (Rückseite) nennen

2 Fünfer plus 3 Einer

Kraft der Fünf

12

Kraft der Fünf

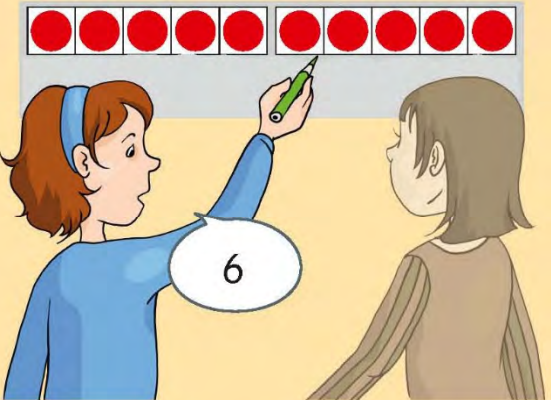


Kraft der Fünf

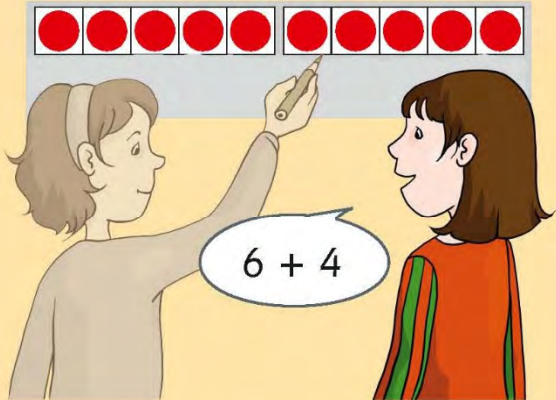


Immer 10

⚡ Blitzrechnen: Immer 10

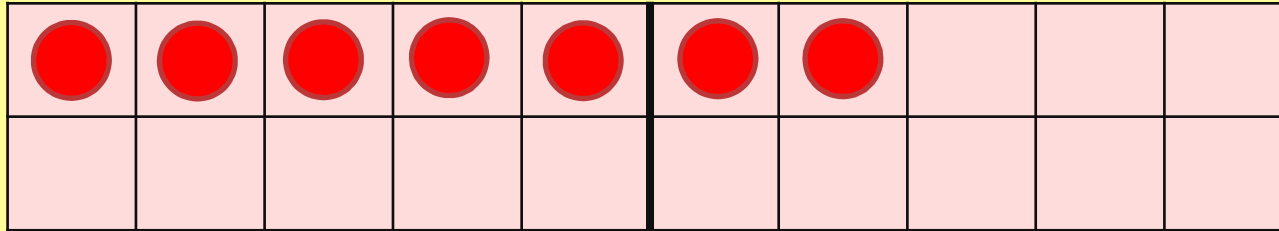


Zahl zwischen 1 und 10 zeigen und nennen.



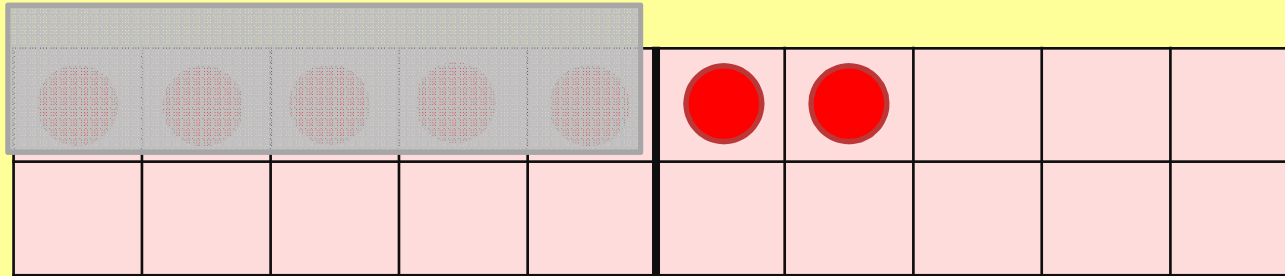
Bis 10 ergänzen.

Immer 10



Hilfreich ist es diese Ergänzungen zu Zerlegungen der Zahl **5** in Beziehungen zu setzen:

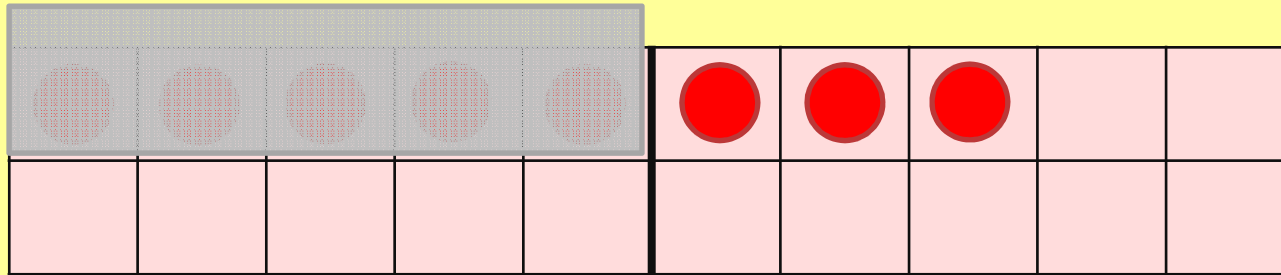
Ergänzen bis 10 (Immer 10)



Bei $7 + ? = 10$ werden 3 zur 10 ergänzt,
bei $2 + ? = 5$ werden 3 zur 5 ergänzt.

Das kann man am Zwanzigerfeld gut zeigen:
Man legt 7 und deckt 5 ab.

Immer 10







Analog ergibt sich $8 + 2 = 10$
aus $3 + 2 = 5$.



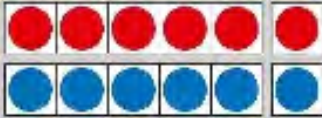
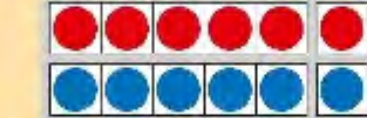
Aus gutem Grund spricht man von der
„Kraft der Fünf“.

Verdoppeln

⚡ Blitzrechnen: Verdoppeln



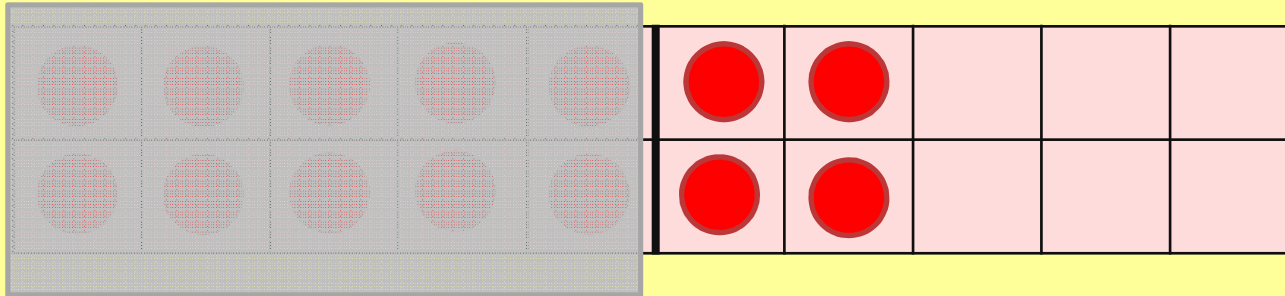
Rote Zahl nennen.



$6 + 6 = 12$

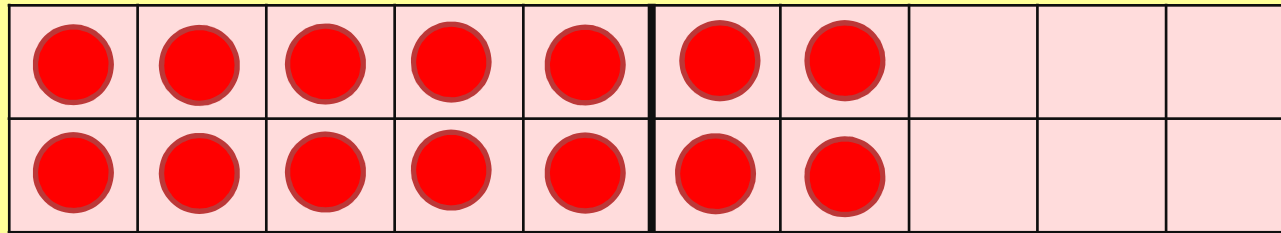
Verdoppeln.

Verdoppeln



Wenn man beide Fünfer abdeckt,
sieht man nur $2 + 2 = 4$.

Verdoppeln



Wenn man sie dazu nimmt, sieht man $7 + 7 = 14$.

Aus dem **Fünfer** wird durch Verdoppeln **10**,
aus **2** durch Verdoppeln **4**.

Vernetzen und Automatisieren 1, Seite 15 („Verdoppeln“)


3	$1 + 1 = \underline{2}$	$2 + 2 = \underline{\quad}$	$3 + 3 = \underline{\quad}$	$4 + 4 = \underline{\quad}$
	$6 + 6 = \underline{12}$	$7 + 7 = \underline{\quad}$	$8 + 8 = \underline{\quad}$	$9 + 9 = \underline{\quad}$

Vernetzen und Automatisieren 1, Seite 15 („Verdoppeln“)


3	$1 + 1 = \underline{2}$	$2 + 2 = \underline{\quad}$	$3 + 3 = \underline{\quad}$	$4 + 4 = \underline{\quad}$
	$6 + 6 = \underline{12}$	$7 + 7 = \underline{\quad}$	$8 + 8 = \underline{\quad}$	$9 + 9 = \underline{\quad}$

Plusaufgaben

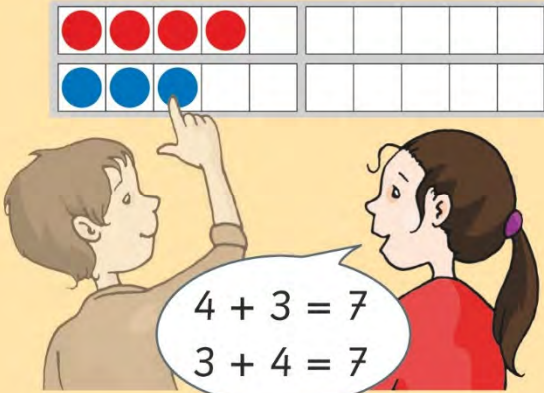
⚡ Blitzrechnen: Plusaufgaben



Plusaufgabe legen.



Plusaufgaben rechnen.



$4 + 3 = 7$
 $3 + 4 = 7$

The image shows two panels illustrating the process of solving addition problems using a ten-frame. In the first panel, a boy in a green shirt is placing blue dots into the ten-frame, which already has four red dots. In the second panel, a boy in a brown shirt and a girl in a red shirt are looking at the ten-frame, which now contains four red dots and three blue dots. A speech bubble between them contains the equations $4 + 3 = 7$ and $3 + 4 = 7$.

10. Aufgaben **operativ** verändern

Beispiele:

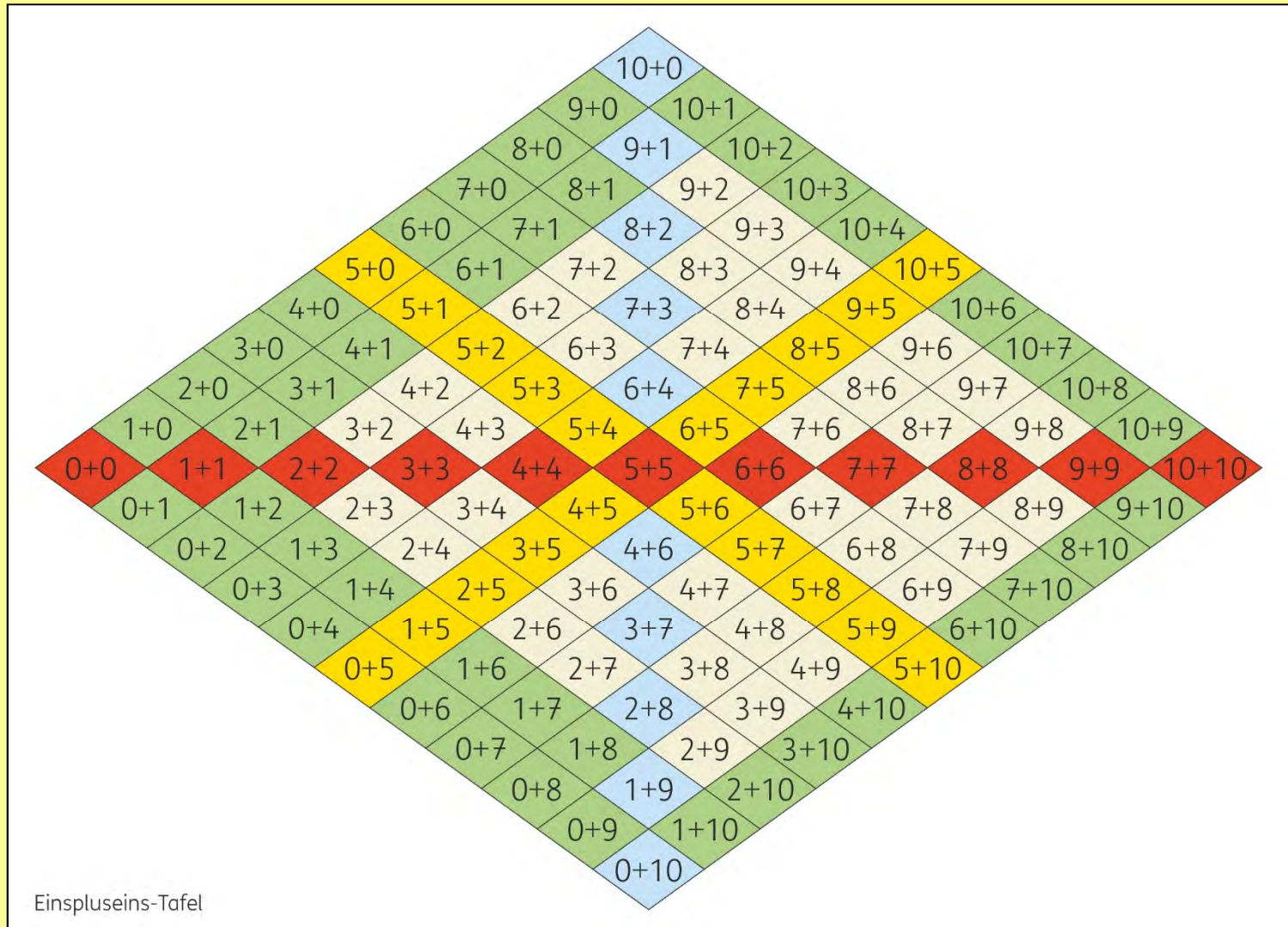
„Plusaufgaben“

aus $7 + 7 = 14$

wird $7 + 6 = 13$

oder $8 + 7 = 15.$

121 Einpluseins-Plusaufgaben auswendig lernen?



Plustafel

Grün: Aufgaben mit den Summanden 0, 1 und 10

Blau: Zehnerergänzungen

Rot: Verdoppelungen

Gelb: Aufgaben mit Summand 5

Zahlenraum bis 100

Aufgabe 2)

Eine Schülerin Ihrer Klasse verwechselt die Zehner und Einer, schreibt statt

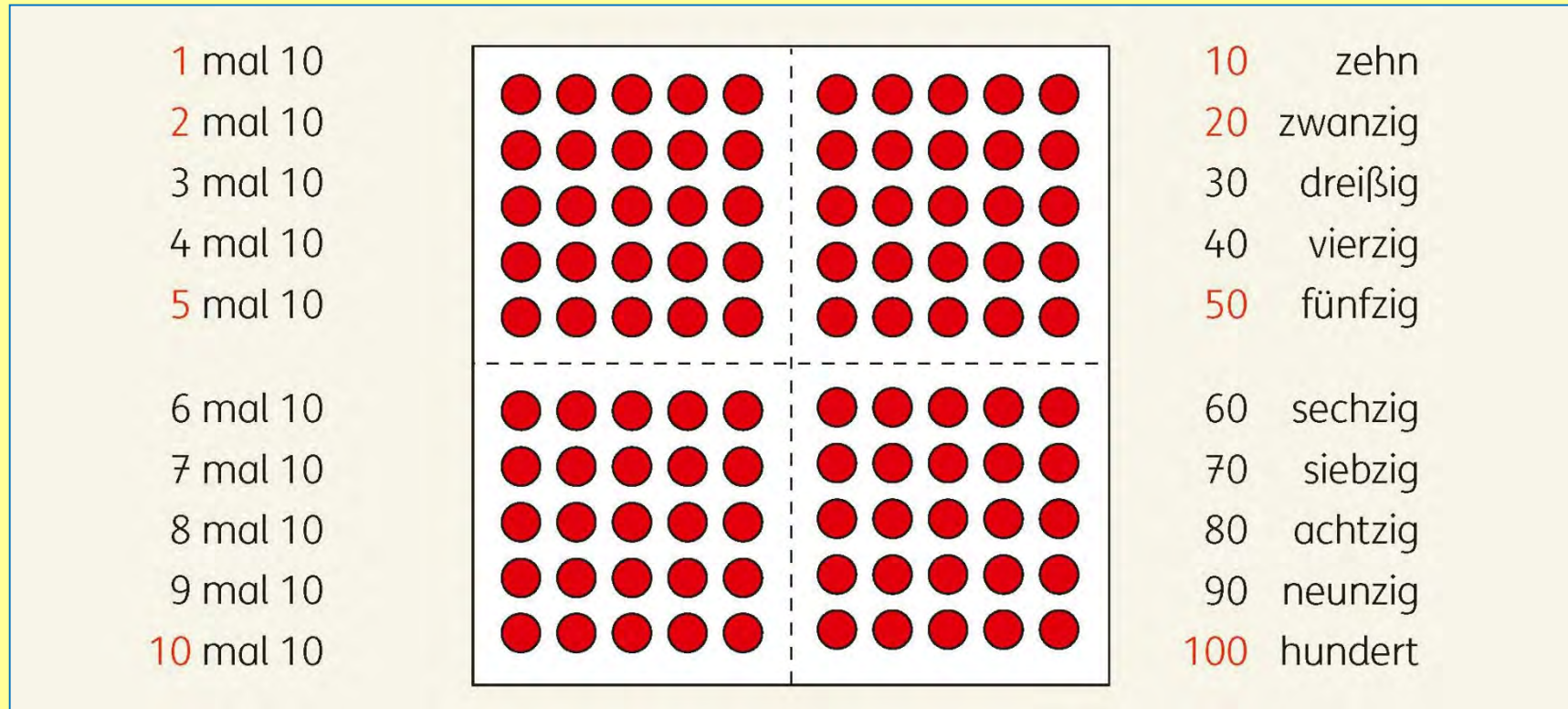
73

die Ziffern **37.**

Diagnostik?

Förderung?

Struktur des Hunderterfeldes gründlich besprechen!



Wie viele? - Bild

⚡ Blitzrechnen: Wie viele?

The image consists of two panels side-by-side, separated by a vertical line. Both panels feature a lightning bolt icon in the top left corner and a title 'Blitzrechnen: Wie viele?'. In the center of each panel is a 2x10 grid of red dots, with the top two rows filled (20 dots) and the bottom two rows partially filled (7 dots), totaling 27 dots. A grey rectangular area is positioned below the grid, representing a hand. In the left panel, a boy in a red shirt is shown from the side, with his right hand held up to show three fingers. In the right panel, a boy in a brown shirt is shown from the side, with his right hand held up to show three fingers. A boy in a green striped shirt is shown from the side, with his hands held up to show seven fingers. A speech bubble above him contains the number '37'. Below each panel is a caption: 'Zahl zeigen.' for the left and 'Zahl nennen.' for the right.

Zahl zeigen.

Zahl nennen.

Welche Zahl? - Zahlenstrahl

Blitzrechnen: Zählen

5 10 15 20 25 30 35 40 45 50

Zahl an der Hunderterreihe zeigen.

5 10 15 20 25 30 35 40 45 50

29, 30, 31

Zahl nennen und weiterzählen.

Wie viele? - Stellentafel

Z	E
3	7

Wie viele? - Aufgabe

3	0
+	7
3	7

Wie viele? 

3	7
7	3

10. Aufgaben operativ verändern

Beispiele:


„Wie viele?“ im Hunderterraum

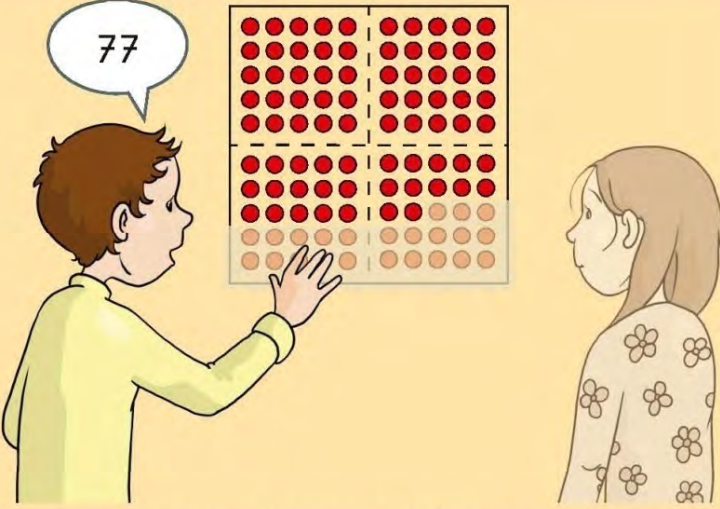
Zahlenpaare 46 und 64

37 und 73

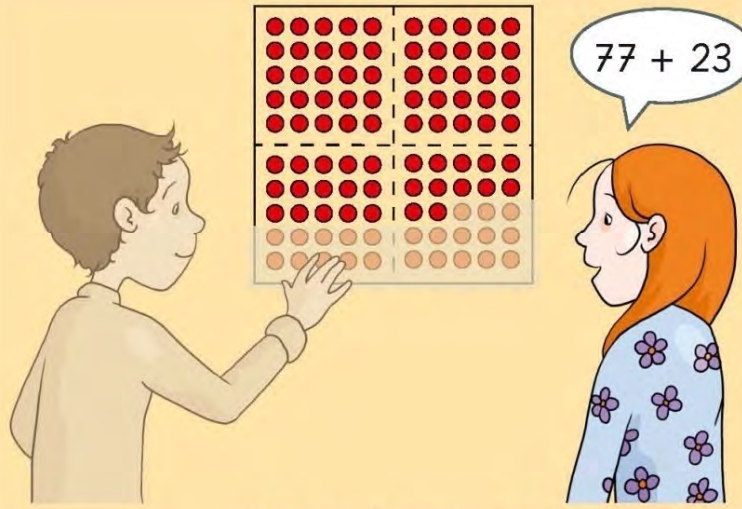
28 und 82

Zahlergänzung

 Blitzrechnen: Ergänzen bis 100



Zahlen legen und nennen.



Bis 100 ergänzen.

Material verwenden



Zahlergänzung im Kopf 

$$77 + ? = 100$$

Verdoppeln und Halbieren

⚡ Blitzrechnen: Verdoppeln



35

Zehner- oder Fünferzahl nennen,
legen oder zeichnen.



Das Doppelte
ist 70.

Zahl verdoppeln.

The image is a two-panel comic strip. The top panel shows a boy in a blue hoodie saying '35' to a boy in a brown sweater. The bottom panel shows the boy in the brown sweater saying 'Das Doppelte ist 70.' to a boy in a green sweater with a red stripe. The text below each panel explains the steps: 'Zehner- oder Fünferzahl nennen, legen oder zeichnen.' and 'Zahl verdoppeln.'

Leitfaden für Diagnose und Förderung

(7 Themenstränge)

Rechnen bis 20	Rechnen bis 100	Rechnen bis 1 000	Rechnen bis 1 000 000
Wie viele?	Wie viele? / Welche Zahl?	Einmaleins auch umgekehrt	Zahlen zeigen und nennen
Zahlenreihe	Zählen in Schritten	Verdoppeln / Halbieren im Hunderter	Ergänzen bis 1 Million
Kraft der Fünf	Ergänzen zum Zehner	Wie viele? / Welche Zahl?	Stufenzahlen teilen
Zerlegen	Ergänzen bis 100	Zählen in Schritten	Subtraktion von Stufenzahlen
Ergänzen bis 10/20	100 teilen	Ergänzen bis 1 000	Zahlen lesen und schreiben
Verdoppeln	Verdoppeln / Halbieren	1 000 teilen	Zählen in Schritten
Einspluseins	Einfache Plusaufgaben	Verdoppeln / Halbieren im Tausender	Verdoppeln / Halbieren im Millionraum
Einsminuseins	Einfache Minusaufgaben	Einfache Plus- und Minusaufgaben	Einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben
Halbieren	Zerlegen	Mal 10 / durch 10	Stelleneinmaleins
Zählen in Schritten / Mini-Einmaleins	Einmaleins	Zehneinmaleins auch umgekehrt	Einfache Multiplikations- und Divisionsaufgaben

Verdoppeln und Halbieren

 **Blitzrechnen: Halbieren**



70

Zehnerzahl nennen, legen oder zeichnen.



Die Hälfte ist 35.

Zehnerzahl halbieren.

Verdoppeln und Halbieren

 Blitzrechnen: Halbieren



70

Zehnerzahl nennen, legen oder zeichnen.



Die Hälfte ist 35.

Zehnerzahl halbieren.

Einfache Minusaufgaben

⚡ Blitzrechnen: Einfache Minusaufgaben

65 - 20

Zehner weg oder Einer weg:
Aufgabe nennen, legen oder zeichnen.

45

Aufgabe rechnen.

Einfache Minusaufgaben

$$\underline{75 - 32 = 43}$$

$$70 - 30 = 40$$

$$5 - 2 = 3$$

Einfache Minusaufgaben

$$\underline{75 - 32 = 43}$$

$$75 - 30 = 45$$

$$45 - 2 = 43$$

Einfache Minusaufgaben

Wenn mehr Einer wegzunehmen sind, als der Minuend hat, ist eine Hürde zu überwinden:

$$\underline{62} - 25 = 37$$

$$60 - 20 = 40$$

$$2 - 5 = -3$$

Von 2 Einern sind 5 wegzunehmen. Wir nehmen 2 weg und merken uns, dass noch 3 (*von einem Zehner*) wegzunehmen sind. Dies wird als -3 notiert.

Einfache Minusaufgaben

Kreuze die Aufgaben an, bei denen ein Zehner anzuknabbern ist!

$$62 - 41$$

$$74 - 57 \quad \times$$

$$94 - 44$$

$$83 - 58 \quad \times$$

$$41 - 14 \quad \times$$

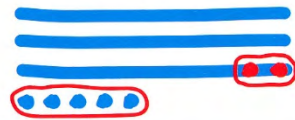
Einfache Minusaufgaben

2



$$32 - 20$$




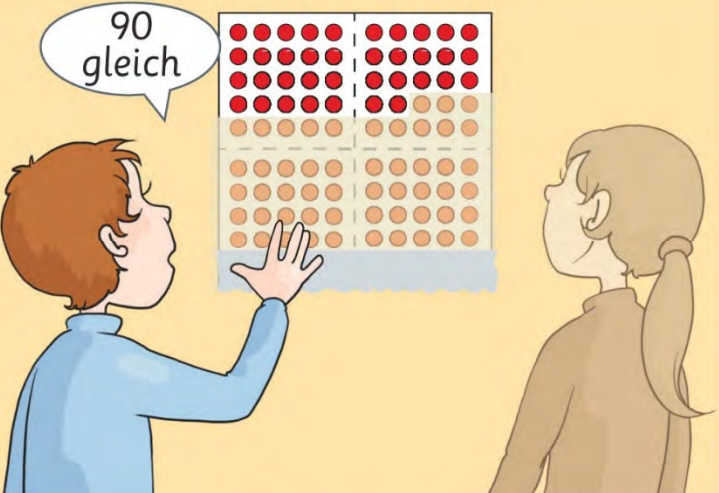


$$35 - 7$$



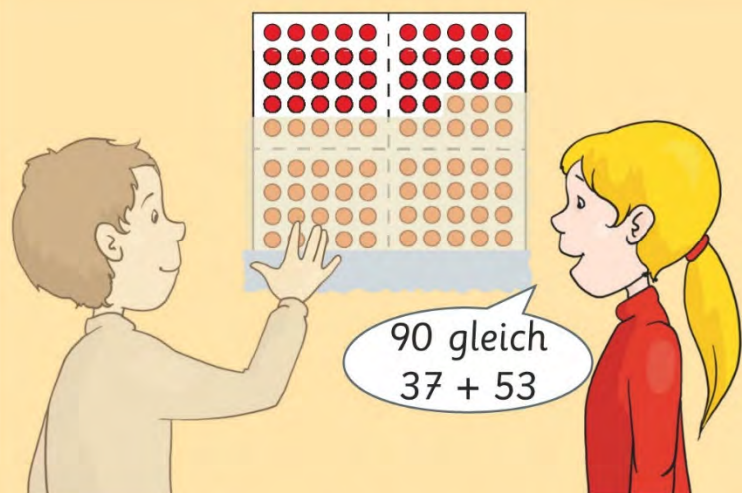
Zerlegen

 **Blitzrechnen: Zerlegen**



90
gleich

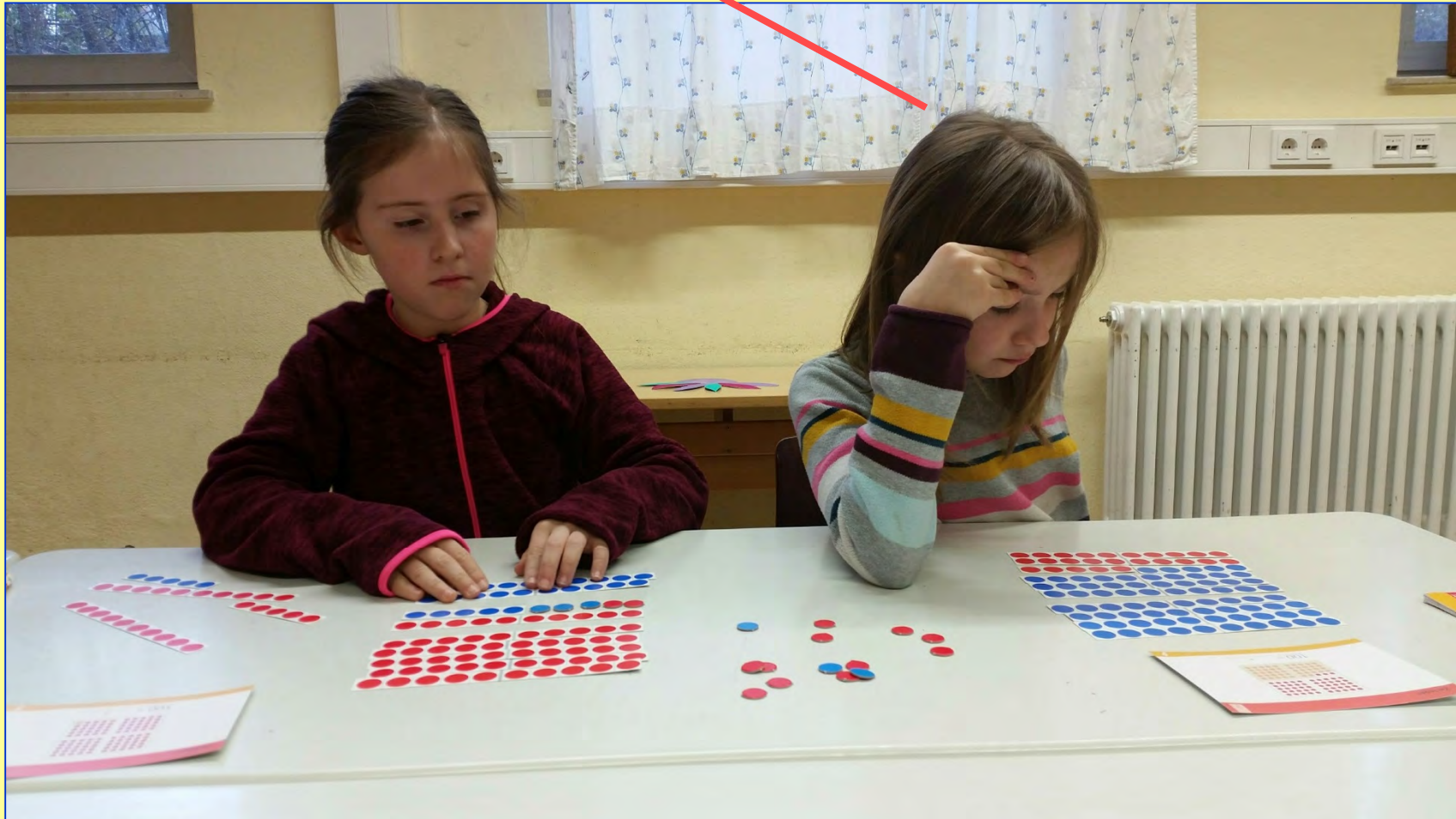
Zehnerzahl wählen und zerlegen.



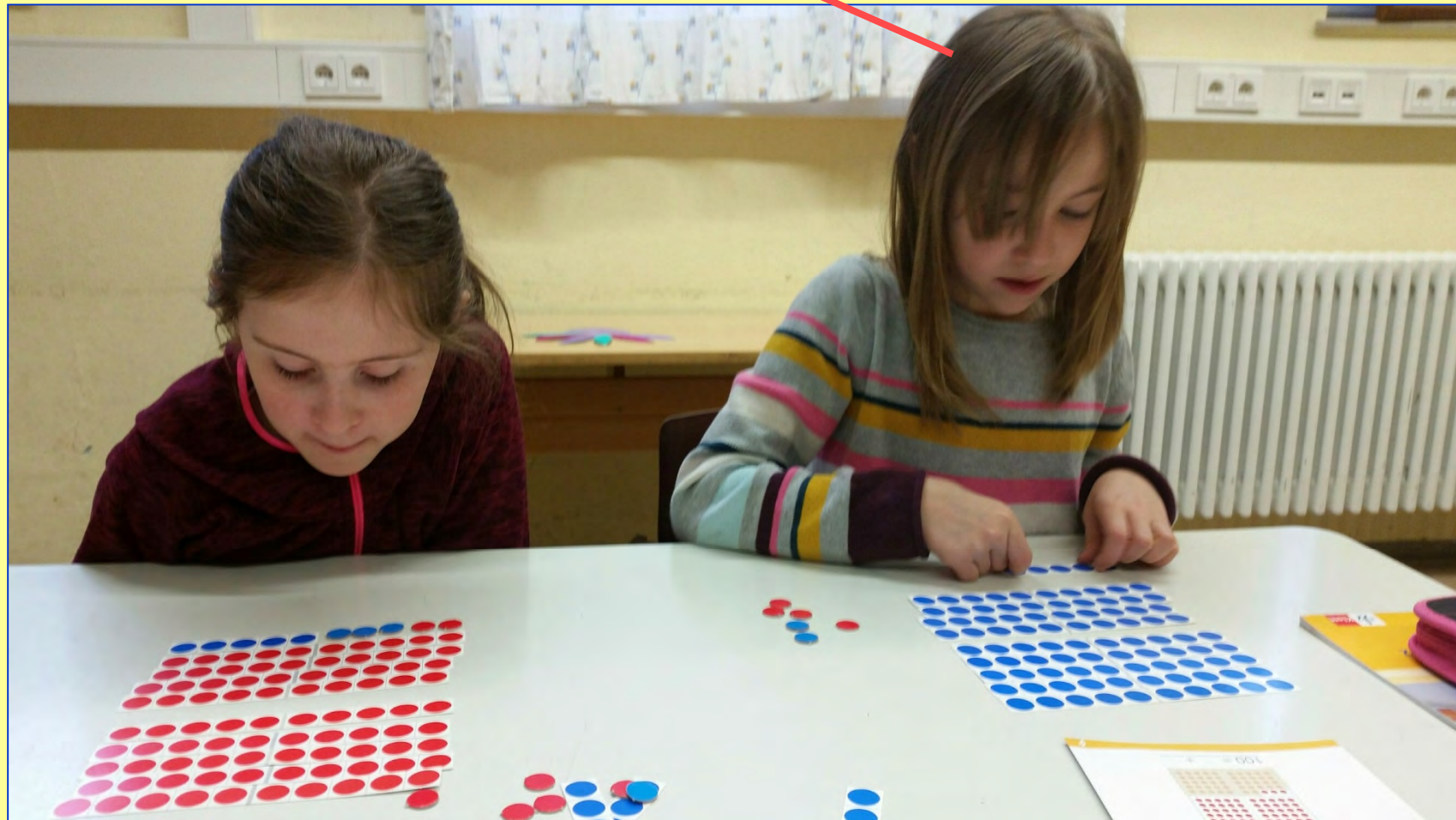
90 gleich
 $37 + 53$

Plusaufgabe nennen.

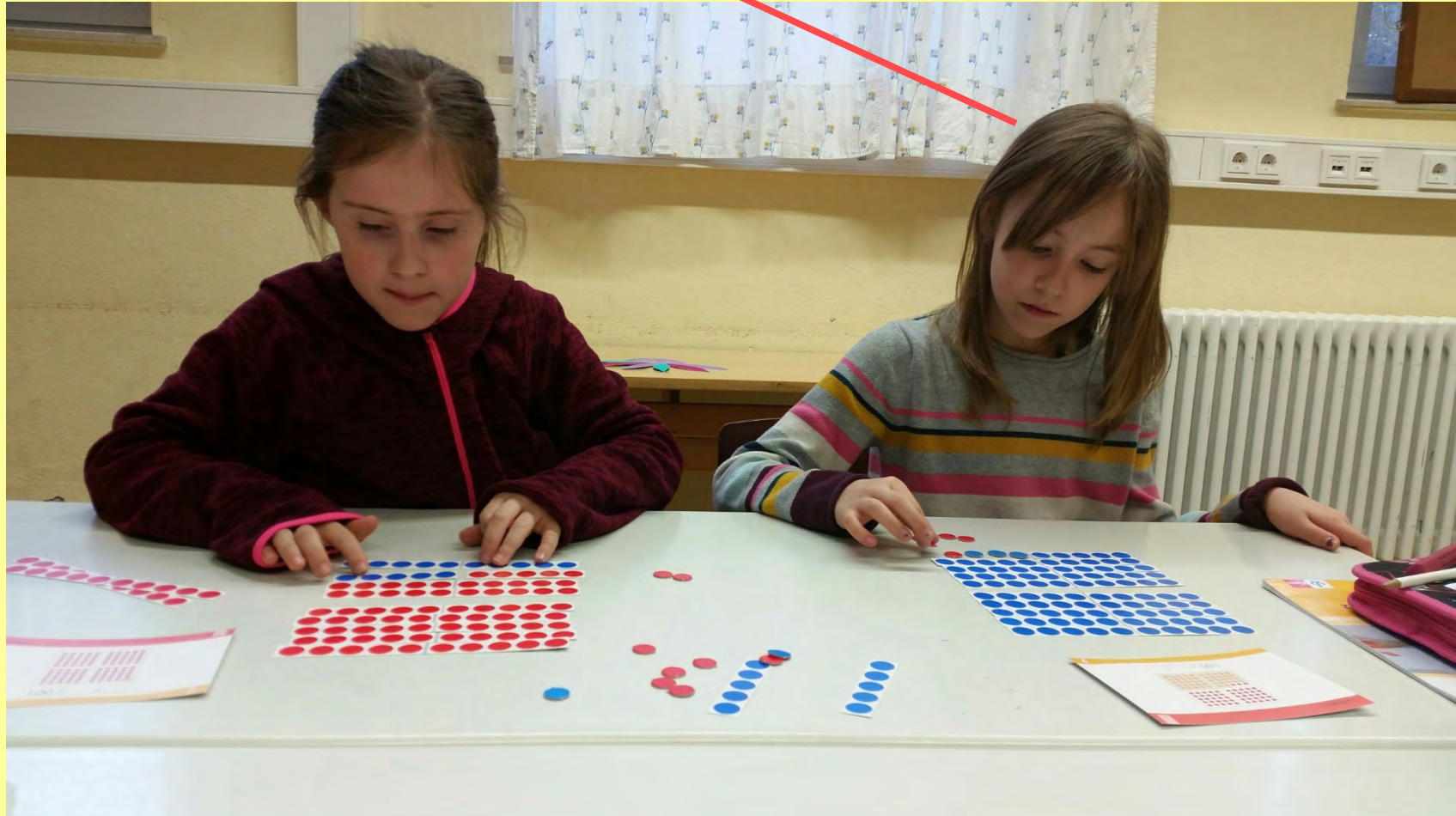
„Hier stimmt doch was nicht!“



„Ich nehme einen Fünferstreifen!“



„Jetzt müsste es richtig sein!“



Einmaleins am Feld

⚡ Blitzrechnen: Einmaleins am Feld

6er-Reihe

Reihe festlegen. Malaufgabe legen.

$7 \cdot 6 = 42$

Aufgabe nennen und berechnen.

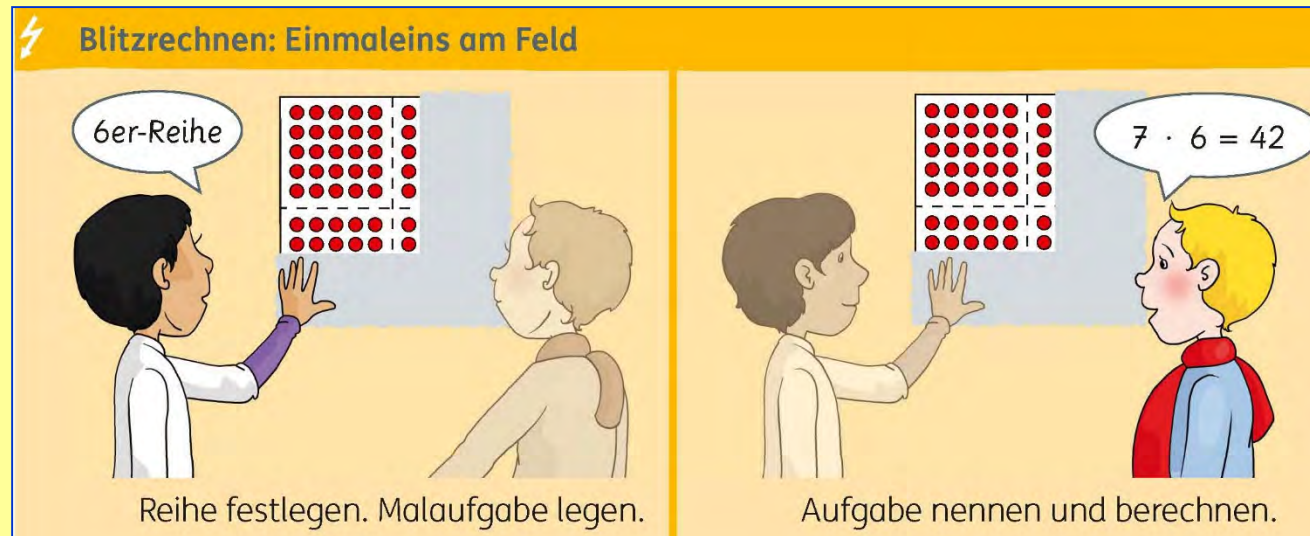
10. Aufgaben operativ verändern

Beispiele:

„Einmaleins“

von $7 \times 3 =$ kann man
zu $3 \times 7 =$ übergehen.

Einmaleins am Feld



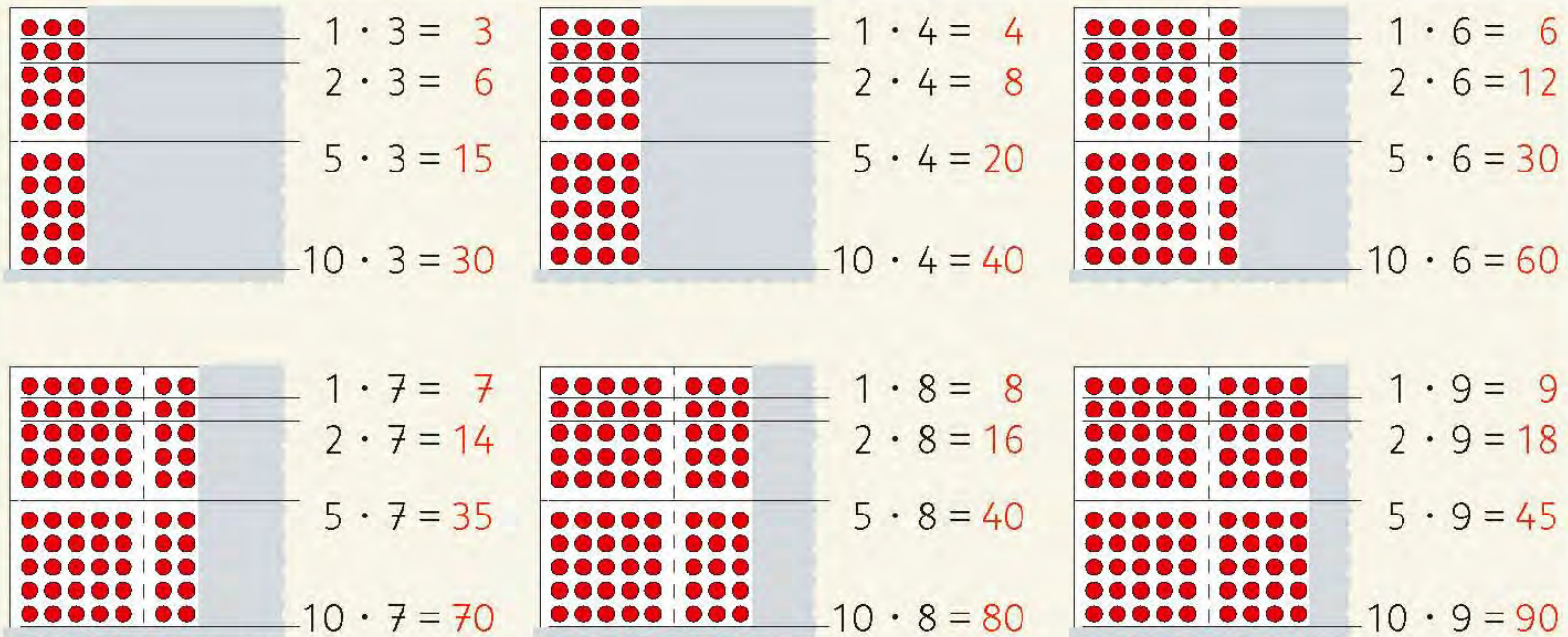
Am Punktfeld kann man das Vertauschungsgesetz demonstrieren.

$$7 \times 6 = 6 \times 7$$

Aber auch das Verteilungsgesetz ist eingebaut.

$$\text{Man erkennt } \underline{7} \times 6 = \underline{5} \times 6 + \underline{2} \times 6$$

Von einfachen zu schwierigen Malaufgaben



Vernetzen und Automatisieren 2, Seite 37 („Einmaleins“)

Beginne immer mit den Kernaufgaben.

1 Fünferreihe

$1 \cdot 5 = \underline{5}$

$2 \cdot 5 = \underline{10}$

$3 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5 \cdot 5 = \underline{25}$

$6 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$8 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$9 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$10 \cdot 5 = \underline{50}$

Zweierreihe

$1 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$8 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$9 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$10 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

2 Viererreihe

$1 \cdot 4 = \underline{4}$

$2 \cdot 4 = \underline{8}$

$3 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5 \cdot 4 = \underline{20}$

$6 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$8 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$9 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$10 \cdot 4 = \underline{40}$

Achterreihe

$1 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$8 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$9 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$10 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

Rechnen bis 20

M = Lösung mit **M**aterial

l = langsam **f** = flüssig

K = Lösung im **K**opf

e = einfache A

s = schwierige A

Kraft der Fünf			
	M	K/l	K/f
e			
s			

Zerlegen			
	M	K/l	K/f
e			
s			

Ergänzen bis 10/20			
	M	K/l	K/f
e			
s			

Blitzrechnen - Basisfertigkeiten

Grundlegung und Automatisierung

- 20 – 25 % der Lernzeit
- in der Schule
- zu Hause

Dyskalkulietherapie ?

„Was rechenschwache Kinder brauchen, ist im didaktischen Kern dasselbe, was auch für alle anderen Kinder hilfreich ist: eine Lernbegleitung durch fachdidaktisch kompetente ... Erwachsene;

Manche Kinder brauchen von dieser Art der Lernbegleitung vielleicht mehr, als es im Klassenverband möglich ist; sie brauchen ... aber nicht etwas gänzlich anderes.“

Michael Gaidoschik

Vielen Dank für Ihr Interesse!

Günther Röpert