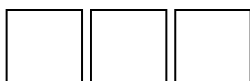
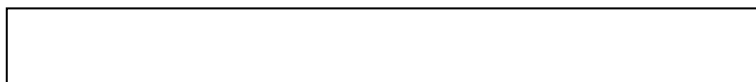


Anschaulich und in einem Zug von 1 000 bis 1 000 000 mit dem Millionbuch

Jutta Bockelbrink

Bei der Erweiterung des Zahlraumes bis 1 000 000 ist die Vermittlung von Größenvorstellungen für diese Zahlen ein besonderes Problem. Die im Zahlraum bis 1 000 eingesetzten Anschauungsmittel in linearer und flächenhafter Form werden im Zahlraum bis 1 000 000 problematisch. In der traditionellen Didaktik werden verschiedene Anschauungsmittel vorgestellt, die dann auch in den Schulbüchern wiederzufinden sind:

- Auf einem 10m-Band sind 10 000 mm-Striche. Jeder mm-Strich bedeutet 1 Einer. Das 10 m-Band stellt dann den Zehntausender dar.
- Das Zehntausenderblatt besteht aus 10 Zehntausenderstreifen. Die Hunderter, Zehner und Einer werden als kleine Quadrate, Balken und Punkte dargestellt, z.B.



2 241

- Millimeterpapier:
 - 1 mm-Quadrat bedeutet 1 Einer
 - 1 Streifen aus 10 mm-Quadraten bedeutet 1 Zehner
 - 1 Quadrat aus 100 mm-Quadraten bedeutet 1 Hunderter
 - 1 Streifen aus zehn 100 mm-Quadraten bedeutet 1 Tausender
 - 10 Tausenderstreifen bedeuten 1 Zehntausender

Die oben genannten Anschauungsmittel werden eingesetzt, um den Zahlraum in einem ersten Schritt bis 10 000 zu erweitern. In einem zweiten Schritt erfolgt dann die Erweiterung bis 100 000 und dann in einem dritten Schritt bis 1 000 000 meistens ohne Anschauungsmittel. In der traditionellen Didaktik findet man überwiegend diese schrittweise Vorgehensweise. Mathematisch gesehen aber liegt es nahe, nach Beherrschung des Tausenders gleich zum Aufbau der Million fortzuschreiten, weil dadurch die Analogie zwischen dem Aufbau des Tausenders aus Einern und dem Aufbau der Million aus Tausendern besonders deutlich wird. Dieser wichtige mathematische Aspekt wird in manchen Didaktiken gesehen, aber dann doch nicht zur Umsetzung für die Praxis empfohlen.

Wenn aus mathematischer Sicht der Zahlraum in einem Zug von 1 000 bis 1 000 000 erweitert werden soll, so muss dies in der Unterrichtspraxis auch geschehen, damit das Kind klare Vorstellungen vom Millionraum entwickelt und ihm die Zehnerstruktur und die Tausenderstruktur unseres Zahlensystems deutlich werden. Das Kind braucht dazu ein Anschauungsmittel, mit dem es sich handelnd den Zahlraum erarbeiten kann.

Mit dem Würfelmodell (Kubikdezimeter bzw. Kubikmeter) lässt sich der Zahlraum von 1 000 bis 1 000 000 in einem Zug erweitern. Dieses räumliche Anschauungsmittel ist für Grundschüler aber nicht leicht zu verstehen. Ein weiterer Nachteil ist, dass die Einer, Zehner und Hunderter als Einzelelemente nicht mehr erkennbar sind.

Ein anderer Zugang zum Millionraum ist mit dem Millionbuch möglich. Mit diesem Arbeitsmittel lässt sich der Zahlraum von 1 000 bis 1 000 000 „anschaulich und in einem Zug“ erweitern. Das „Handbuch produktiver Rechenübungen“ stellt diesen neuen Weg ausführlich und deutlich dar (WITTMANN/MÜLLER 1992, S. 109 ff.). Ich bin den Ausführungen in diesem Handbuch gefolgt. Im Folgenden möchte ich darstellen, wie ich mit den

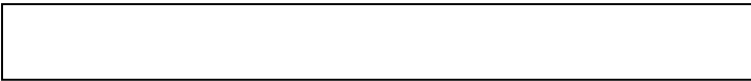
Kindern eines 4. Schuljahres den Zahlraum erweitert habe, nämlich „anschaulich und in einem Zug“ mit dem Millionbuch.

Das Millionbuch ist bei der Erweiterung des Zahlraumes bis zur Million für lange Zeit das einzige Anschauungsmittel. Erst wenn die Kinder gut mit diesem Anschauungsmittel arbeiten und damit eine innere Vorstellung vom Millionraum entwickelt haben, sollen die Stellentafel und der Zahlenstrahl als weitere Anschauungsmittel und als Unterrichtsthemen behandelt werden.

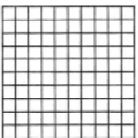
Das Millionbuch

Das Millionbuch, das ich im Folgenden beschreibe, ist ein neues Anschauungsmittel, mit dem die Kinder sich den Millionraum konkret veranschaulichen können. Es baut auf den Anschauungsmitteln der ersten drei Grundschuljahre auf, so dass sich die Kinder nicht auf neues Anschauungsmaterial einstellen müssen. Im Millionbuch ist das dekadische Zahlssystem mit periodischer Wiederholung der Tausenderstruktur deutlich erkennbar. Das Arbeitsmittel sollte zum einen als „großes Millionbuch“ zum Aufhängen im Klassenraum vorhanden sein, zum anderen als „kleines Millionbuch“, mit dem das Kind zu Hause und in der Schule arbeitet. Das „große Millionbuch“ aus Packpapier wird von der Lehrerin vorbereitet, das „kleine Millionbuch“ stellt sich jedes Kind selbst her.

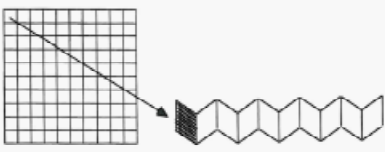
- Das Millionbuch hat 10 Seiten.



- Als frontales Demonstrationsmaterial sind es 10 Packpapierquadrate von 1 m x 1 m. Als Anschauungsmittel für die Hand des Kindes ist es ein Papierstreifen (1 m x 10 cm), zu einer Ziehharmonika gefaltet mit 10 quadratischen Seiten (10 cm x 10 cm).
- Jede Seite des Millionbuches ist eingeteilt in 100 Quadrate (10 cm x 10 cm bzw. 1 cm x 1 cm).



- Jedes Quadrat bedeutet einen Tausender. Man legt darauf das Tausenderbuch oder stellt sich an dessen Platz das Tausenderbuch gedanklich vor.
- Das Tausenderbuch ist als Anschauungs- und Arbeitsmittel aus dem 3. Schuljahr bekannt. Auf jeder der 10 Seiten ist das Hunderter-Punktfeld eingezeichnet.



Zum Arbeiten mit dem Millionbuch gehört also immer auch das Tausenderbuch (aus dem 3. Schuljahr). Im Vergleich zum Millionbuch, das als Demonstrationsmaterial im Klassenraum hängt, ist das Tausenderbuch wesentlich kleiner und daher deutlicher als Tausenderbuch erkennbar. Beim Umgang mit dem Millionbuch und dem Tausenderbuch, die jedes Kind als eigenes Anschauungsmittel besitzt, ist das Kind anfangs vielleicht verunsichert, weil beide Bücher gleich groß sind. Wenn man aber deutlich macht, dass im Millionbuch 1 000 Tausender(bücher) (1 T, 2 T, 3 T, ...) oder einige Tausender – je nach individueller Entscheidung des Kindes – geschrieben stehen, im Tausenderbuch (aus dem 3. Schuljahr) dagegen die 1 000 Einer als Punkte (in Hunderterfelder eingeteilt) dargestellt sind, unterscheidet das Kind beide Bücher und arbeitet damit sicher.

Beschreibung des Unterrichtsexperiments

Einführung des großen Millionbuches

„Wir wollen die Zahlen von 1 000 bis 1 000 000 kennen lernen“, so steige ich in das Problem der Erweiterung des Zahlraumes ein. Die Kinder sind begeistert, haben sie doch in der Vergangenheit immer wieder versucht, mit diesen großen Zahlen zu rechnen. Die Kinder machen dazu auch verschiedene Vorschläge, in denen aber doch ihre undeutliche Vorstellung von großen Zahlen offenbar wird.

„Wir wollen uns dazu ein Millionbuch machen, in dem alle Zahlen von 1 bis 1 000 000 geordnet ihren Platz haben“, so lenke ich unser Vorhaben weiter.

Ich präsentiere den Kindern die erste Seite des Millionbuches (Packpapierquadrat: 1 m x 1m mit 100 Quadraten: 10 cm x 10 cm). Ich nehme mein Tausenderbuch (aus dem 3. Schuljahr), zeige und zähle andeutungsweise 1, 2, 3, 4, ..., 10, ..., 20, ..., 100, ..., 500, ..., 900, ..., 998, 999, 1 000 und lege dann das zusammengefaltete Tausenderbuch auf den 1. Platz des Packpapier-Gitters.

„Wer kann weiterzählen?“ Ein Kind nimmt sein Tausenderbuch (aus dem 3. Schuljahr), zählt andeutungsweise von 1 001 bis 2000 und legt dann sein Tausenderbuch auf den 2. Platz. Tausenderbuch um Tausenderbuch wird jetzt andeutungsweise durchgezählt und der Reihe nach auf dem entsprechenden Platz abgelegt. Die Kinder erkennen, dass der Zählprozess ganz systematisch abläuft.

Ist der Vorrat an Tausenderbüchern in der Klasse erschöpft, so müssen sich die Kinder die weitere Herstellung des Millionbuches überlegen. Wir einigen uns, die aufgelegten Tausenderbücher wegzunehmen, dafür zu schreiben 1 T, 2 T, 3 T, ... und diese fortzusetzen, bis die erste Seite des Millionbuches voll ist, nämlich bei 100 T.

Wir erkennen an dieser Stelle, dass wir 1 000 000 noch nicht erreicht haben. Wir stellen Vermutungen an, wie viele solcher Packpapierseiten (Hunderttausender-Seiten) wir wohl noch benötigen. Eine ganz sichere Antwort können die Kinder nicht geben. So schlage ich vor, in der gleichen Weise wie vorher weiterzuzählen. Ich präsentiere den Kindern dazu nach und nach weitere Packpapierseiten.

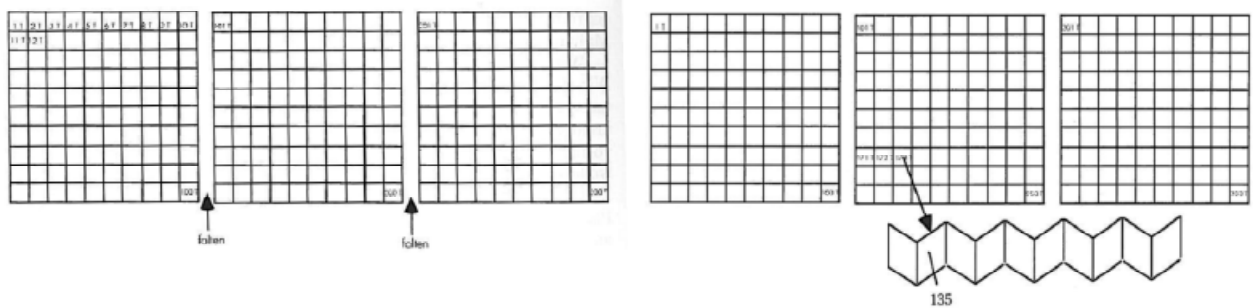
Da die Größe des Klassenraumes nicht ausreicht, um weitere 9 Packpapierseiten von jeweils 1 qm nebeneinander zu einem Millionbuch auszulegen, setzen wir von der 2. Hunderttausenderseite an das Zählen im langen Flur unseres Schulhauses fort. Um das lange Zählverfahren zu straffen, zählen wir in immer größeren Schritten und notieren auch nur noch den jeweils 1. und letzten Platz einer Hunderttausender-Seite. Der letzte Platz auf der 10. Hunderttausender-Seite wird beschriftet mit 1 000 T. Einige Kinder erkennen, dass wir 1 Million erreicht haben. Ich bestätige, dass 1 000 Tausender gleich 1 Million sind. Damit haben wir unser Millionbuch (als Demonstrationsmaterial) fertiggestellt. Damit dieses Anschauungsmittel uns während der nächsten Wochen im Mathematikunterricht ständig vor Augen ist und wir daran hantieren können, hängen wir das große Millionbuch (die 10 Packpapierseiten) im Klassenraum ringsum an den Wänden auf (Abb. 1).



Abb. 1

Herstellung eines Millionbuches

In der folgenden Unterrichtsphase wird sich jedes Kind selbst ein Millionbuch herstellen, mit dem es in den nächsten Wochen den Zahlraum in verschiedener Weise durcharbeiten wird. Jedes Kind bekommt dazu DIN A 3-Blätter (Kopien) mit aufgezeichneten Quadraten (10 cm x 10 cm), die jeweils in cm-Quadrate aufgeteilt sind. Die Kinder schneiden und kleben die DIN A 3-Blätter zu einem Streifen von 1 m x 10 cm zusammen, so dass in der Reihe 10 Seiten mit je 100 cm-Quadraten zu sehen sind. Der Papierstreifen wird so zu einer Zieharmonika gefaltet, dass ein Leporello mit 10 Seiten entsteht. In die cm-Quadrate tragen die Kinder die Tausender ein. Welche und wie viele Tausender die Kinder eintragen, bleibt ihrer eigenen Entscheidung überlassen.



Einordnen von Zahlen im Millionbuch

Parallel zum Ausfüllen des Millionbuches lernen die Kinder die Schreib- und Sprechweise der neuen Zahlen kennen. Wir erinnern bewusst die Stufenzahlen 1 000 und lernen, dass Tausend immer durch 3 Nullen dargestellt wird. So schreiben und sprechen die Kinder viele große Zahlen und zeigen ihren Platz im Millionbuch:

$$\begin{aligned} 16 \text{ T} &= 16\,000 \\ 572 \text{ T} &= 572\,000 \\ 10 \text{ T} &= 10\,000 \\ 4 \text{ T} &= 4\,000 \end{aligned}$$

Wir beachten beim Schreiben und Sprechen die Dreierzäsur.

Wir schreiben und sprechen auch große Zahlen, bei denen die H-, Z- und Einerstellen nicht Null sind. Wir suchen auch den genauen Platz im Millionbuch. Für 172 135 z.B. stellen wir uns im Millionbuch 172 volle Tausender(bücher) vor, nehmen den 173. Tausender in Form des Tausenderbuches (aus dem 3. Schuljahr) wirklich zur Hand, falten das Tausenderbuch auf und suchen dort die Zahl 135.

Am Ende dieser Unterrichtsphase (ca. 1 Woche) haben die Kinder den Zahlraum in einem Zug bis 1 000 000 erweitert; sie haben ein konkretes Anschauungsmittel (das Millionbuch und dazu das Tausenderbuch aus dem 3. Schuljahr); sie können die großen Zahlen schreiben und sprechen und wissen, wo im Millionbuch ihr Platz ist.

Orientierungsübungen

In den nächsten (ca. 3) Wochen sollen die Kinder eine innere Vorstellung vom Zahlraum Million entwickeln, indem sie verschiedenartige Orientierungsübungen im Millionbuch durchführen. Mit Hilfe des konkreten Anschauungsmittels „Millionbuch“ soll den Kindern das Ordnungsgefüge, das zur Erfassung der großen Zahlen notwendig ist, deutlich werden. Die Aufgaben werden handelnd gelöst, indem die Kinder am Millionbuch und am Tausenderbuch die Operationen durchführen.

Zählen in Schritten

Am Millionbuch zählen die Kinder vorwärts und rückwärts in Tausender-, Zehntausender-, Fünfzigtausender-, Hunderttausenderschritten.

Besonderes Augenmerk ist auf den Übergang von einer Seite des Millionbuches zur nächsten Seite zu legen. Nach einiger Zeit zählen die Kinder auch von einer „krummen“ Zahl aus weiter:

z.B. 150, 1 150, 2 150, 3 150, ... oder 13 400, 23 400, 33 400

„Wie viele Z, H, T, ZT, HAT hat eine Million?“

Die Kinder suchen im Tausenderbuch und im Millionbuch die Stellenwerte auf:

- Z ist eine Zeile im Tausenderbuch
- H ist eine Seite im Tausenderbuch
- T ist ein volles Tausenderbuch
- ZT ist eine Zeile im Millionbuch
- HAT ist eine Seite im Millionbuch
- M ist ein volles Millionbuch

Zusammengefasst: $1 M = 10 HAT = 100 ZT = 1\,000 T = 10\,000 H = 100\,000 Z = 1\,000\,000 E$

Zerlegungsübungen

10 000, 100 000 und 1 000 000 sollen jeweils zerlegt werden in 2, 4, 5, 8, 10 gleiche Teile, aber auch in 3, 6, 9 gleiche Teile. Z.B.

$$1\,000\,000 : 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Zunächst werden 9 Seiten des Millionbuches aufgeteilt; man erhält 1 Seite, also 1 HAT. Dann wird die übrige Hunderttausender-Seite des Millionbuches durch 9 geteilt; man erhält 11 T. Es bleibt noch 1 T durch 9 zu teilen. Dazu nehmen wir das Tausenderbuch und teilen es in gleicher Weise durch 9 wie eben das Millionbuch; man erhält 111 Rest 1.

Das Ergebnis lautet also: $1\,000\,000 : 9 = 1 HAT + 11 T + 111 Rest 1 = 111\,111 Rest 1$

Nachbartausender, Nachbarzehntausender, Nachbarhunderttausender

Die Kinder sollen zu einer vorgegebenen Zahl die Nachbartausender, die Nachbarzehntausender und die Nachbarhunderttausender bestimmen. Die Kinder suchen zunächst die Zahl im Millionbuch. Von diesem Platz aus stellen sie dann die Nachbarn fest. Z.B.

N-T: 483 000, 484 000

N-ZT: 480 000, 490 000

N-HT: 400 000, 500 000

Ergänzungsübungen

Die Kinder sollen vorgegebene Zahlen zum nächsten T, ZT, HAT und zur M ergänzen. Es empfiehlt sich, vorab noch einmal das Ergänzen bis 1 000 zu wiederholen und dies handelnd am Tausenderbuch zu vollziehen. Z.B.

$$625\,743 + \underline{\hspace{2cm}} = 1\,000\,000$$

Zunächst suchen die Kinder die Zahl im Millionbuch; der genaue Platz liegt im 626. Tausenderbuch. In diesem Tausenderbuch ergänzen die Kinder zunächst auf den vollen Tausender; es fehlen 257. Die Ergänzung zum nächsten ZT erfolgt im Millionbuch; es fehlen 4 T, bis eine Zeile im Millionbuch voll ist. Damit der nächste HAT voll wird, also eine volle Seite im Millionbuch, werden 7 ZT ergänzt. Bis zum vollen Millionbuch fehlen dann noch 3 Seiten, also 3 HAT. Die Ergänzungen werden jeweils sofort notiert:

$$625\,743 + 257 + 4 T + 7 ZT + 3 HAT = 1M$$

$$625\,743 + 374\,257 = 1\,000\,000$$

Hier sieht man besonders schön, dass sich die Tausenderstruktur periodisch wiederholt.

Halbschriftliche Addition und Subtraktion

Das Millionbuch in Verbindung mit dem Tausenderbuch unterstützt das Lösen von Plus- und Minusaufgaben, da die Kinder die Rechenoperationen im Millionbuch anschaulich vollziehen können, z.B.:

$$4\,200 + 1\,300 \quad 8\,000 - 200$$

$$17\ 225 + 2\ 100 \quad 40\ 000 - 3\ 000$$

$$784\ 600 + 20\ 000 \quad 367\ 000 - 150 \quad \dots$$

Vor allem beim den Minusaufgaben erleichtern das Millionbuch und das Tausenderbuch die Lösung der Aufgabe (z.B. $367\ 000 - 150$). Die Kinder suchen zunächst die Zahl $367\ 000$ im Millionbuch. Sie nehmen dann das 367. Tausenderbuch in Gedanken oder tatsächlich mit den Händen ($366\ 000 = 366$ Tausenderbücher werden nicht angerührt) und ziehen von diesem 367. Tausenderbuch 150 ab. Diese Aufgabe ($1\ 000 - 150 = 850$) ist eine leichte Aufgabe aus dem 3. Schuljahr. Die anfangs schwer erscheinende Aufgabe $367\ 000 - 150 = 366\ 850$ aus dem Million-Zahlraum wird mit Hilfe des Anschauungsmittels zu einer leichten Aufgabe im Tausender-Zahlraum.

Schreiben großer Zahlen

Am Ende dieser Unterrichtsphase haben die Kinder eine deutliche Vorstellung von der Million. Sie können im Millionraum Rechenoperationen durchführen; sie benötigen dazu teilweise das Anschauungsmittel, teilweise rechnen sie schon in der Vorstellung. Die Kinder haben die Tausenderstruktur, die neben der Zehnerstruktur unserem Zahlaufbau zugrunde liegt, anschaulich kennen gelernt. Sie haben die Analogie zwischen dem Aufbau des Tausenders aus Einern und dem Aufbau der Million aus Tausendern erfasst und auch die damit zusammenhängende Ziffernschreibung. Sie können diese Struktur fortsetzen und erkennen, dass die Milliarde aus Millionen aufgebaut wird.

	Einzelfeld	Zeile	Seite
Tausenderbuch	Einer	Zehner	Hunderter
Millionbuch T	ausender	Zehntausender	Hunderttausender
Milliardebuch	Million	Zehnmillion	Hundertmillion

Damit der erweiterte Zahlenraum auch einen Bezug zur Realität erhält und die Kinder ein Größengefühl für die großen Zahlen gewinnen, verwenden wir, wenn wir das Schreiben großer Zahlen üben, Zahlen aus der Lebenswirklichkeit.

In Prospekten und Statistiken findet man Zahlen, die Kinder des 4. Schuljahres wirklich interessieren. Es empfiehlt sich, Zahlen aus ihrer Erfahrungswelt zu nehmen, damit das Schreiben von Zahlwörtern und Zahlen auch einen sachlichen Hintergrund erhellt (z.B. Fahrzeuggewichte, Arten im Tierreich, Flüge in die Urlaubsländer, Bevölkerungszahlen, ...).

In WITTMANN/MÜLLER 1992, S. 166ff. finden sich sachstrukturierte Übungen mit den Themen „Fahrzeuggewichte“, „Voll beladen“ und „Artenzahl im Tierreich“. Diese Sachthemen interessieren die Kinder des 4. Schuljahres und fordern von ihnen den Umgang mit großen Zahlen.

Übungen an der Stellentafel und mit Ziffernkärtchen

Die Stellentafel (mit 4 Stellen aus dem 3. Schuljahr) wird auf 7 Stellen erweitert. Die Kinder erkennen die Dreiergliederung, die ihnen hilft, die Zahl mit dem Auge von hinten einzuteilen (in Einer, in Tausender, in Millionen, ...) und sie dann richtig zu sprechen.

Als Anschauungsmittel steht die große Stellentafel an der Magnettafel zur Verfügung. Die Kinder stellen sich selbst eine Stellentafel aus Pappe her.

Lege- und Schiebeübungen

Plättchen werden in die Spalten der Stellentafel gelegt, und die Zahlen werden abgelesen. Die Zahlen ändern sich durch Verschieben, Hinzufügen und Wegnehmen von Plättchen.

	M	HT	ZT	T	H	Z	E	
	2 014 213

„Welche Zahl kann man – ausgehend von 231 253 – durch Wegnehmen, Hinzufügen und Verschieben eines einzelnen Plättchens erhalten?“

Diese Aufgabenstellung ist für die Kinder reizvoll und schwierig zugleich.

Vor dem Lösen der Aufgaben vereinbaren wir, dass das Plättchen, das hinzugefügt, weggenommen oder verschoben wird, eine andere Farbe haben soll als die Plättchen, die in der Stellentafel festliegen, d.h. bei Wendepüttchen wird das bewegliche Plättchen einfach umgedreht.

Einige Kinder kommen auf dem Weg des Ausprobierens zu Lösungen; sie legen an irgendeiner Stelle ein Plättchen dazu, nehmen es weg oder verschieben es. Einige Kinder finden Lösungen auf dem Wege des systematischen Handelns; sie verschieben ein Plättchen mit System von Stelle zu Stelle. Und einige andere Kinder lösen die Aufgabe auf dem Weg der Systematik in ihrer Vorstellung; sie sehen beim fortlaufenden Notieren der Zahlen, welche Ziffer sich jeweils verändert.

Schwächere Kinder finden beim Ausprobieren nur einige neue Zahlen. Kinder, die die Systematik erkannt haben, finden viele oder sogar alle möglichen Zahlen. Kinder, die das System wirklich erfasst haben, können den anderen erklären, dass es beim Verschieben 30 Zahlen geben muss, weil das Plättchen von jeder der 6 Stellen zu einer der 5 anderen Stellen verschoben wird (d.h. $6 \text{ mal } 5 = 30$)

Hinzufügen	Wegnehmen	Verschieben	
331 253	131 253	131 254	221 254
241 253	221 253	131 263	221 263
232 253	230 253	131 353	221 353
231 353	231 153	132 253	222 253
231 263	231 243	141 253	321 253
231 254	231 252		
	230 254	231 154	
	230 263	231 163	
	230 353	232 153	
	240 253	241 153	
	330 253	331 153	
	231 244	231 262	
	231 343	231 352	
	232 243	232 252	
	241 243	241 252	
	331 243	331 252	

Kombinatorische Übungen (an der siebenstelligen Stellentafel)

„Welche Zahlen sind mit einem Plättchen darstellbar?“

1 000 000, 100 000, 10 000, 1 000, 100, 10, 1

„Welche Zahlen sind mit zwei Plättchen darstellbar?“

Zunächst probieren die Kinder aus, welche Zahlen entstehen, wenn sie zwei Plättchen in die Stellentafel legen. Beim Notieren der Zahlen bemerken sie, dass sie manchmal eine Zahl erhalten, die sie bereits gelegt haben. Da entsteht dann der Wunsch nach einer systematischen Vorgehensweise. Die Kinder machen verschiedene Vorschläge, wie die Plättchen mit System in die Stellentafel gelegt werden können. Dann entscheidet sich jedes Kind für ein System. Schwächere Kinder finden nicht alle 28 Möglichkeiten. Sie finden ihre Lösungen auch weiterhin auf dem Weg des Ausprobierens. Starke Kinder hingegen können sich die 28 Zahlen systematisch erarbeiten und erklären

2 000 000	1 100 000	1 010 000	101 000
200 000	110 000	1 001 000	100 100
20 000	11 000	1 000 100	100 010
2 000	1 100	1 000 010	100 001
200	110	1 000 001	
20	11		
2			
	10 100	1 010	101
	10 010		1 001
	10 001		

oder:

2 000 000	200 000	20 000	2 000	200
1 100 000	110 000	11 000	1 100	110
1 010 000	101 000	10 100	1 010	101
1 001 000	100 100	10 010	1 001	
1 000 100	100 010	10 001		
1 000 001				
	20	2		
	11			

oder ...

Übungen mit den Ziffernkärtchen (an der siebenstelligen Stellentafel)

Anstelle von Plättchen werden die Ziffern von 0 – 9 in die Stellentafel gelegt. Die Ziffern stehen nur einmal zur Verfügung.

„Lege die kleinste Zahl größer als 10 000 (100 000, 1 000 000)!“

10 234 102 345, 1 023 456

„Lege die größte Zahl kleiner als 10 000 (100 000, 1 000 000)!“

9 876 98 765, 987 654

„Lege Zahlen möglichst nahe bei 20 000!“

19 876

Lege Zahlen aus den Ziffern 3, 4, 5, 6!“

3 456	4 356	5 346	6 345
3 564	4 563	5 463	6 453
3 645	4 635	5 634	6 534
3 546	4 536	5 436	6 435
3 654	4 653	5 643	6 543
3 465	4 365	5 364	6 354

Wie bei den Lege- und Schiebeübungen und den kombinatorischen Übungen kommen die Kinder auf unterschiedlichen Wegen zu unterschiedlich vielen Lösungen. Sie probieren aus, sie legen die Ziffernkärtchen mit

System in die Stellentafel oder sie erkennen die möglichen Lösungen, während sie die Zahlen notieren.

Erfahrungen

Wenn ich auf das Unterrichtsexperiment, den Zahlenraum anschaulich und in einem Zug mit dem Millionbuch zu erweitern, zurückblicke und diesen neuen Weg vergleiche mit dem traditionellen Weg, den Zahlenraum schrittweise zu erweitern, den ich oft gegangen bin, so bin ich überzeugt, dass der neue Weg der bessere ist.

Warum?

- Die Kinder arbeiteten immer interessiert und neugierig mit, weil der Millionraum und der Zahlraum darüber hinaus sie besonders motivierte.
- An manchen Stellen zeigten Eltern von sich aus Interesse an den Themen, so z.B. bei den Lege- und Schiebeübungen und den kombinatorischen Übungen. Sie fühlten wohl eine echte Herausforderung, als die Kinder diese Zahlenprobleme an sie stellten. Sie erörterten mit ihren Kindern Lösungswege, die die Kinder dann in der Klassengemeinschaft vergleichend betrachteten.
- Als konkretes Anschauungsmittel, mit dem man Aufgaben handelnd lösen konnte, war das Millionbuch eine echte Hilfe. Am großen Millionbuch, das während vieler Wochen im Klassenraum hing, lösten wir gemeinsam Aufgaben. Das kleine Millionbuch hatte jedes Kind in der Schule und zu Hause für sich selbst zur Verfügung. Gerade schwächere Kinder nutzten das Millionbuch als Hilfsmittel.
- Als wir den Millionraum schon ziemlich sicher beherrschten, blickten wir auch über die Million hinaus. Wir erweiterten einfach die Stellentafel: Million, Milliarde, Billion, Billiarde, ... Die Kinder erkannten hier, wie sich die Tausenderstruktur fortsetzt. Beim Benennen der einzelnen Stellen T - ZT - HT - M - ZM - HM ... entdeckten die Kinder das dekadische Prinzip in unserem Zahlensystem. Aus dem Elternhaus brachten zwei Kinder die Information mit, dass die großen Zahlen auch in Potenzen geschrieben werden können und dass die Zahlwörter auf der lateinischen Sprache fußen.
- Die Erweiterung des Zahlraumes in einem Zug bis zur Million brachte auch eine Zeitersparnis, da die Übungen nicht wiederholt erklärt werden mussten, wie das bei der schrittweisen Erweiterung des Zahlraumes bis 10 000, bis 100 000, bis 1 000 000 nötig ist. Auch beim schriftlichen Malnehmen und Teilen konnten die Rechenverfahren sofort im Millionraum erfolgen.
- Die Unterrichtseinheit „Erweiterung des Zahlraumes bis 1 000 000“ wurde aufgelockert mit anderen Themen des 4. Schuljahres, z.B. Aufrunden - Abrunden, Schaubilder verstehen, Wiegen, ...

Aufgrund meiner Erfahrungen möchte ich allen Praktikern Mut machen, in Zukunft den Zahlraum von 1 000 bis 1 000 000 in einem Zug und anschaulich mit dem Millionbuch zu erweitern.

Literatur

WITTMANN, E. Ch. und MÜLLER, G. N., Handbuch produktiver Rechenübungen, Bd. 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen, Stuttgart 1992, S. 109ff.